46

مخطوطہ کا نام :-
مصنف :- حرانی (ثابت ابن قرہ) -
عنوان :-
تاریخ :-
شعبہ (علم) -
4ط/1

203

رسائل ابن قرة

للعلامة ثابت بن قرة الحرانى

المتوفى سنة ٢٨٨ ه

٭ ٭ ٭ ٭ ٭

عن المجموعة الوحيدة المحفوظة فى مكتبة بانكى فور

رقم ٢٤٦٨ / ٢٩ و ٢٨

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

(حيدر آباد الدكن الهند)

سنة ١٣٦٦ ه = ١٩٤٧ م

كتاب

فى الاصول الهندسية لارشميدس

نقله من اليونانية الى اللغة العربية

لابى الحسن على بن يحيي مولى امير المؤمنين

ثابت بن قرة المتوفى سنة ثمانية وثمانين

ومائتين من الهجرة

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

بعاصمة الدولة الآصفية الاسلامية

حيدرآباد الدكن

لازالت شموس افاداتها بازغة و بدور

افاضاتها طالعة الى آخر الزمن

١٣٦٦ ھ

١٩٤٧ م

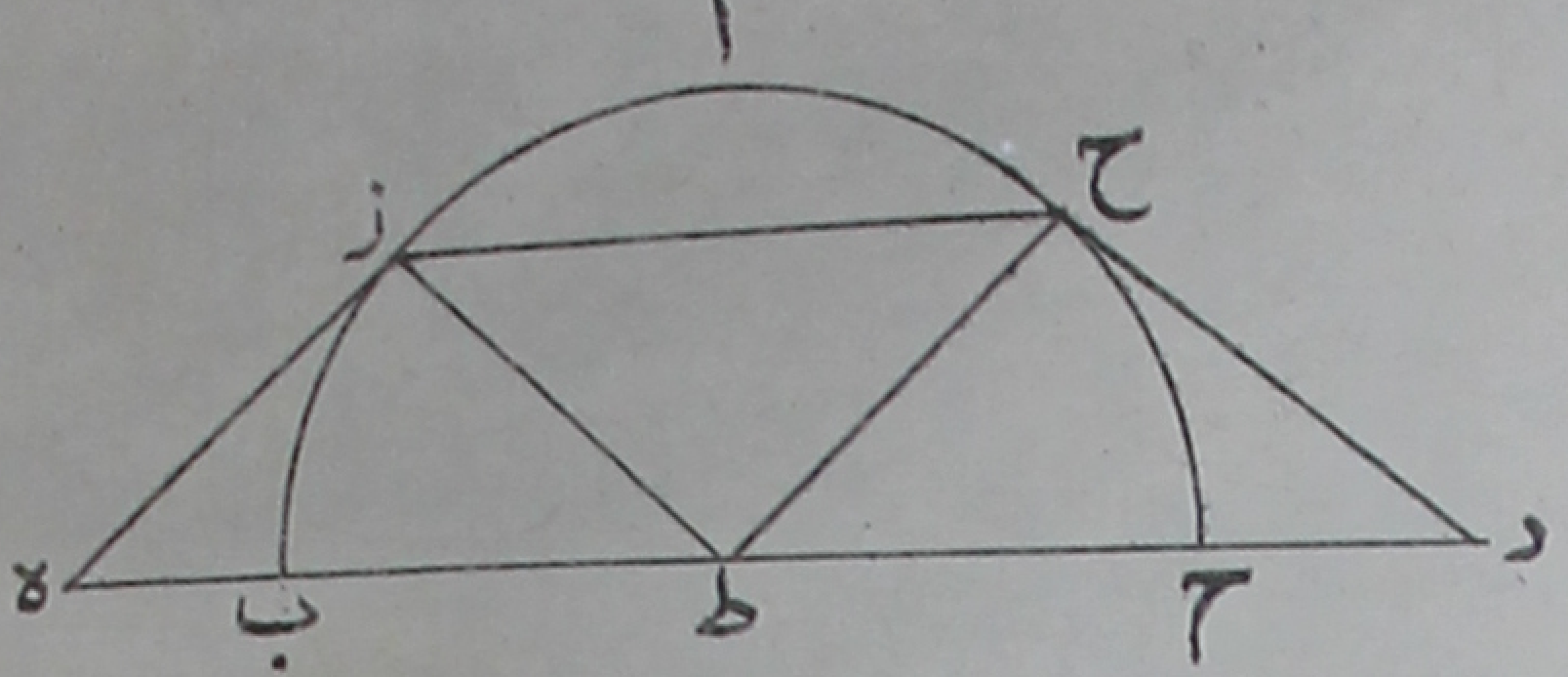
تعداد الطبع ٥٠٠ ١٣٥٦ ف

بسم الله الرحمن الرحيم

لنفرض نصف دائرة ـ اب ج ـ ولنخرج خط ـ ب ج على استقامة فى كلتى الجهتين الى نقطتى ـ د ه ـ ولنفرض خطى ب ه ـ ح د ـ متساويين ولنخرج من نقطتى ـ ه د ـ خطين يماسان نصف دائرة ـ اج ـ وهما خطا ـ ه ز ـ دح ـ ولنصل ـ دح

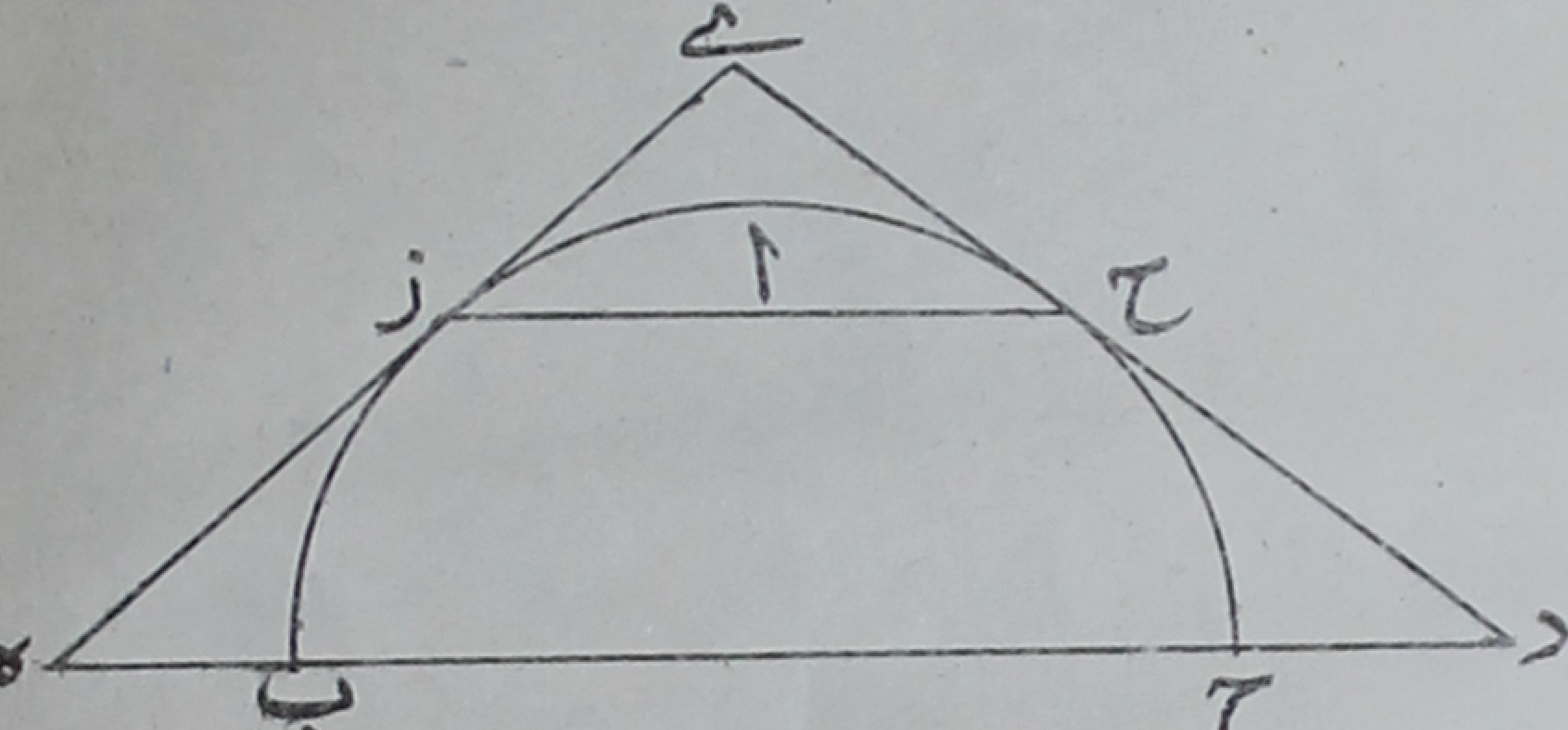
فاقول ان خط ـ زح ـ مواز لخط ـ ه د .

برهان ذلك لنستخرج مركز دائرة ـ اب ج ـ ولتكن نقطة ط ـ ولنصل ـ ز ط ـ ط ح ـ فمن اجل ان خط ـ ه ب ـ مساو لخط ـ ج د ـ وخط ـ ب ج ـ مشترك يكون جميع خط ـ ه ج مساويا لجميع خط ـ ب د ـ وخط ـ ه ب ـ مسا ولخط ـ ج د فسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ مساو لمربع ـ ه ز ـ ومسطح ـ ب د ـ فى د ج ـ مساو لمربع ـ دح ـ فمربع ـ ه ز ـ مساو لمربع ـ دح ـ فخط دح ـ مساو لخط ـ ه ز ـ ومن اجل ان خطى ـ ح ط ـ ط د مساويان لخطى ـ ز ط ـ ط ه ـ وقاعدة ـ ه ز ـ مساوية لقاعدة ح د ـ تكون زاوية ـ زط ه ـ مساوية لزاوية ـ ح ط د ـ فقوس



الاصول الهندسية ص ٣

شكل (١)



الاصول الهندسية ص ٣

شكل (٢)

ح ج ـ مساوية لقوس ـ ز ب ـ نخط ـ ز ح ـ موازلخط ـ ه د
وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

وعلى هذا الوضع تبين ماقلنا بيانا كليا بهذا العمل انا نقول من اجل ان مسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ مساولمربع ـ ه ز ـ ومسطح ب د ـ فى ـ د ج ـ مساولمربع ـ د ح ـ ومسطح ـ ب د ـ فى د ج ـ مساولمسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ يكون مربع ـ ه ز مساويا لمربع ـ د ح ـ وخط ـ ه ز ـ مساويا لخط ـ د ح ـ ولنخرج خطى ـ ه ز ـ ح د ـ فى جهتى ـ ز ح ـ حتى يلتقيا على نقطة ـ ى نخط ـ ى ز ـ مساولخط ـ ب ح ـ لانهما جميعا خرجا من نقطة واحدة وهى نقطة ـ ى ـ يماسان دائرة ـ ا ب ج ـ وقدكان تبين ان خط ـ ه ز ـ مساولخط ـ د ح ـ فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ى مثل نسبة ـ د ح ـ الى ـ ح ى ـ نخط ـ ح ز ـ مواز لخط ـ ج ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) •

ولنفرض دائرة عليها ـ ا ب ج ـ وليكن خطا ـ د ب د ج ـ يماسانها فلنصل ـ ب ج ـ ولنخرجه على استقامة الى نقطة ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا يماس دائرة ـ ا ب ج ـ ويلقى خط د ب ـ على نقطة ـ ط ـ وهو خط ـ ه ز •

فاقول ان نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ز

---

(١) الشكل الاول (٢) الشكل الثانى .

برهانه لنخرج من نقطة ــ ز ــ خطا موازيا لخط ــ ط ب وهو ــ زح ــ فنسبة ــ ب د ــ الى ــ د ج ــ كنسبة ــ ح ز ــ الى ــ زج ولكن خط ــ ب د ــ مساو لخط ــ د ج ــ فخط ــ ح ز ــ مساو لخط ــ ز ج ــ ومن اجل ان نسبة ــ ط ه ــ الى ــ ه ز ــ كنسبة ــ طب الى ــ زح ــ و ــ زح ــ مساو ــ لزج ــ تكون نسبة ــ ط ه ــ الى ه ز ــ كنسبة ــ ط ب ــ الى ــ ز ج ــ ولكن ــ ط ب ــ مساو لخط ط ا ــ لأنهما يماسان الدائرة وخط ــ ح ز ــ مساو لخط ــ زا ــ فنسبة ط ه ــ الى ــ ه ز ــ مثل نسبة ــ ط ا ــ الى ــ از ــ وذلك ما اردنا ان نبين ــ (١).

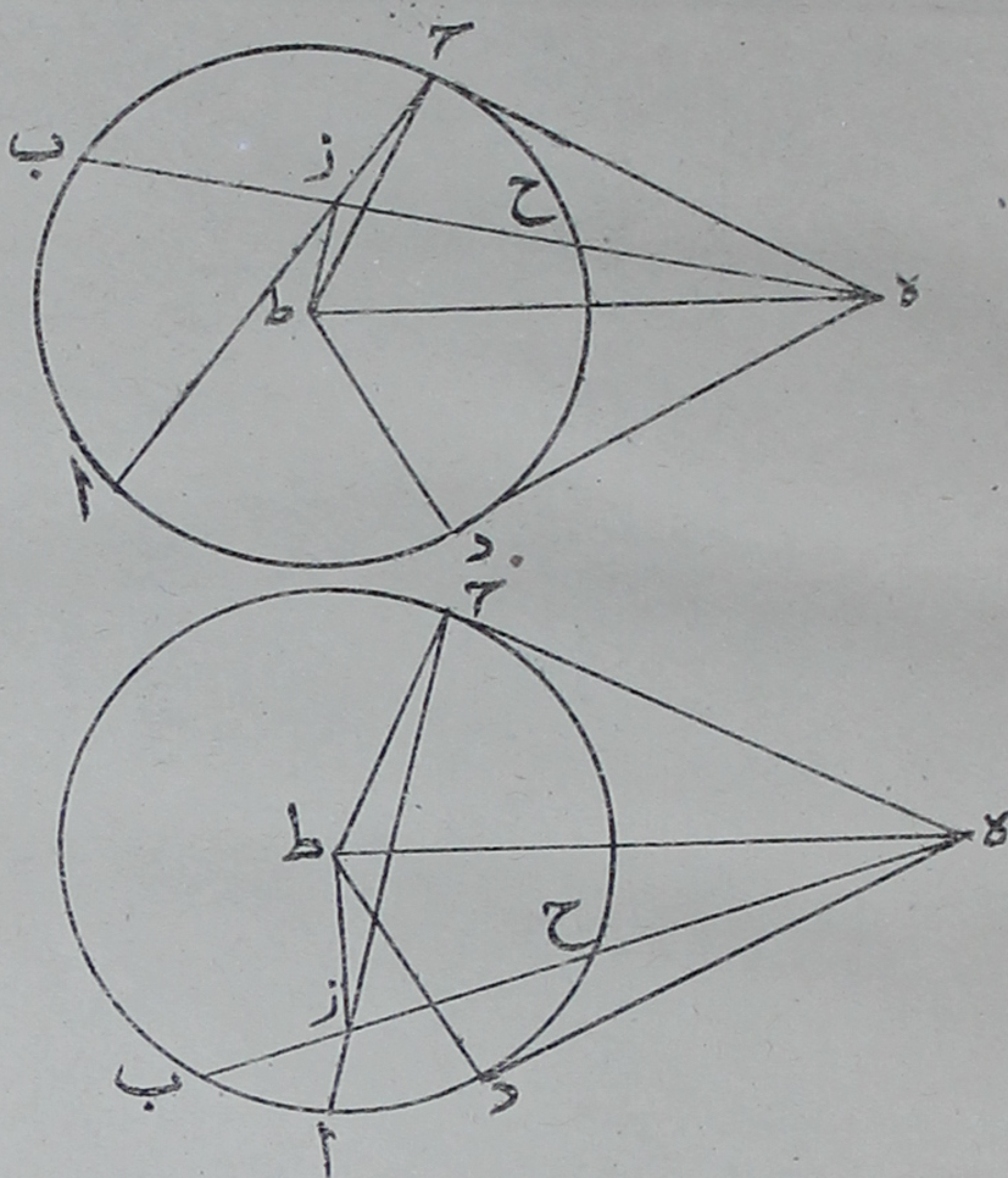
لنفرض دائرة عليها ــ ا ب ج ــ وليكن خطا ــ د ه ــ ه ج يماسانها ولنخرج من نقطة ــ ه ــ خطا يقطع الدائرة كيف وقع وهو خط ــ ه ج ب ــ ولنخرج من نقطة ــ د ــ خطا موازيا لخط ه ب ــ وهو خط ــ د ا ــ ولنصل ــ ا ج ــ ولنقطع خط ــ ب ح على نقطة ــ ز ــ.

فاقول ان ــ ب ز ــ مساو لخط ــ ز ح.

برهان ذلك لنستخرج مركز الدائرة ولتكن نقطة ــ ط ولنصل ــ ط ز ــ ط ه ــ ط د ــ ط ج ــ فمن اجل ان خط ــ ط د مساو لخط ــ ط ج ــ وخط ــ ط ه ــ مشترك تكون خطا ــ ط ج ط ه ــ مساويين لخطى ــ ه ط ــ ط د ــ وقاعدة مساوية لقاعدة

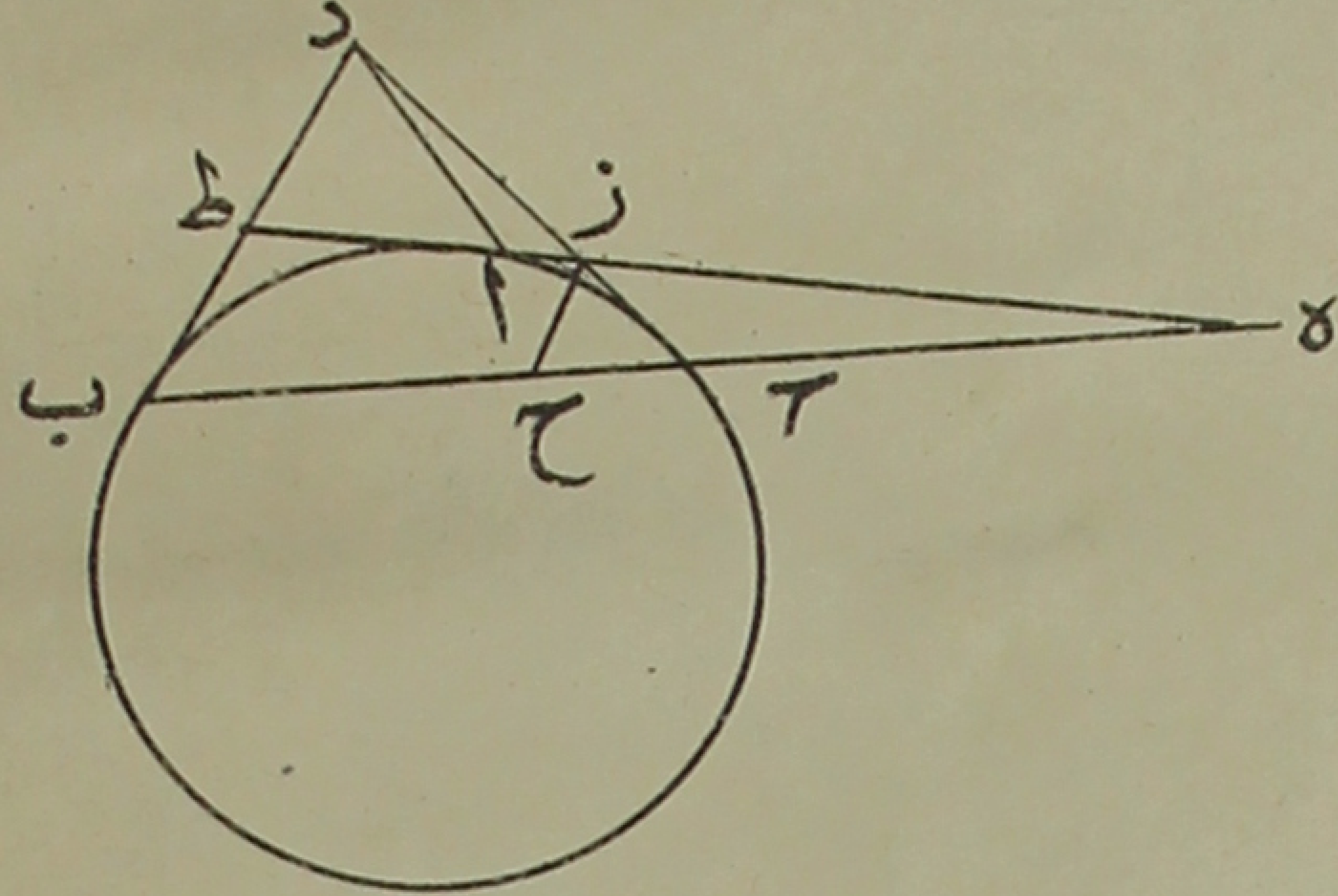
---

(١) الشكل الثالث.



الأصول الهندسية ص ٣

شكل (٣)



الاصول الهندسية ص٥

شكل (٣)

ه ج ـ فزاويـــة ـ ج ط ه ـ مساوية لزاويـــة ـ ه ط د ـ فزاوية ـ د ط ج ـ ضعف زاويـــة ـ ج ط ه ـ وزاويـة ـ د ط ج ـ ضعف زاوية ـ ج ا : ـ فزاوية ـ د ا ج ـ مساوية لزاوية ج ط ه ـ ولكن زاوية ـ د ا ج ـ مساوية لزاوية ـ ه ز ج ـ فزاوية ه ط ج ـ مساوية لزاوية ـ ه ز ج ـ فذو اربعة اضلاع ـ ه ج ز ط ـ فى دائرة فزاويتا ـ ه ج ط ـ ه ز ط ـ متساويتان وزاوية ـ ه ج ط ـ قائمة فزاوية ـ ه ز ط ـ قائمة نخط ـ ط ز ـ عمود على خط ـ ح ز وقد خرج من نقطة ـ ط ـ التى هى مركز دائرة ـ ا ب ج د ـ عمود على خط ـ ح ب ـ وهو ـ ط ز ـ فقد قسمه اذن بنصفين نخط ب ز ـ مسا ونخط ـ ز ح ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليـه ـ ا ب ج ـ ولنخرج خط ـ ا د ـ عمودا عــلى خط ـ ب ج ـ ولنجعل مربع ـ د ب مساويا لمسطح ـ ه ب ـ فى ـ ب ز ـ ولنصل ـ د ز ـ ولنخرج من نقطة ـ ز ـ خطا موازيا لخط ـ ب ج ـ وهو خط ـ ز ح ـ والنصل ه ح ـ فاقول ان زاوية ـ ه ح ج ـ ضعف زاوية ـ ا ز د .

برهان ذلك لنصل ـ د ح ـ د ه ـ فمن اجل ان مسطح ـ ه ب فى ـ ب ز ـ مسا ولمربع ـ د ب ـ تكون زاوية ـ ز د ب ـ مساوية لزاوية ـ ز ه د ـ وزاوية ـ ز د ب ـ مساوية لزاوية ـ ح ز د ـ فزاوية ز ه د ـ مساوية لزاوية ـ ح ز د ـ ولكن زاوية ـ ح ز د ـ مساوية

---

(١) الشكل الرابع .

لزاوية -- زج د - لأن مثلث - ح ز د -- تكون مساوية الساقين فزاوية

زه د -- مساوية -- لزاوية -- زح د -- فذو اربعة اضلاع -- ه زدح -- فى

دائرة ولنخرج خط -- ه ج - على استقامة الى نقطة -- ط -- فزاوية

دح ط -- مساوية لزاوية -- ه ز د -- ولانها خارجة عن ذى اربعة

اضلاع -- ه ز د ح -- وزاوية -- ه ز د ا -- مساوية لزاوية -- ا ح د

فزاوية - اح د - ضعف زاوية - اح ب -- ولكن زاوية - اح ط

مساوية لزاوية - ه ح ج - وزاوية - اح ب - مساوية لزاوية

ا زد -- فزاوية -- ه ح ج -- ضعف زاوية - ا ز د - وذلك ما اردنا

ان نبين (١) .

ولنفرض نصف دائرة عليه - ا ب ج د - ولنصل - ا ج ب

د -- ولنصل ايضا - ب ا ج د - ولنخرجها على استقامة حتى

تلتقيا على نقطة ه - فاقول - ان مسطح - ب د - فى - د ز - مسا

ولمسطح -- ح ء - فى -- د ه - .

برهان ذلك انه اذا كان مسطح - ب د -- فى -- د ز - مثل

مسطح -- ج د -- فى - د ه - تكون نسبة -- ب د - الى -- د ج

مثل نسبة -- ه د - الى - د ز - فاذا وصلنا -- ه ز - يكون مثلثا

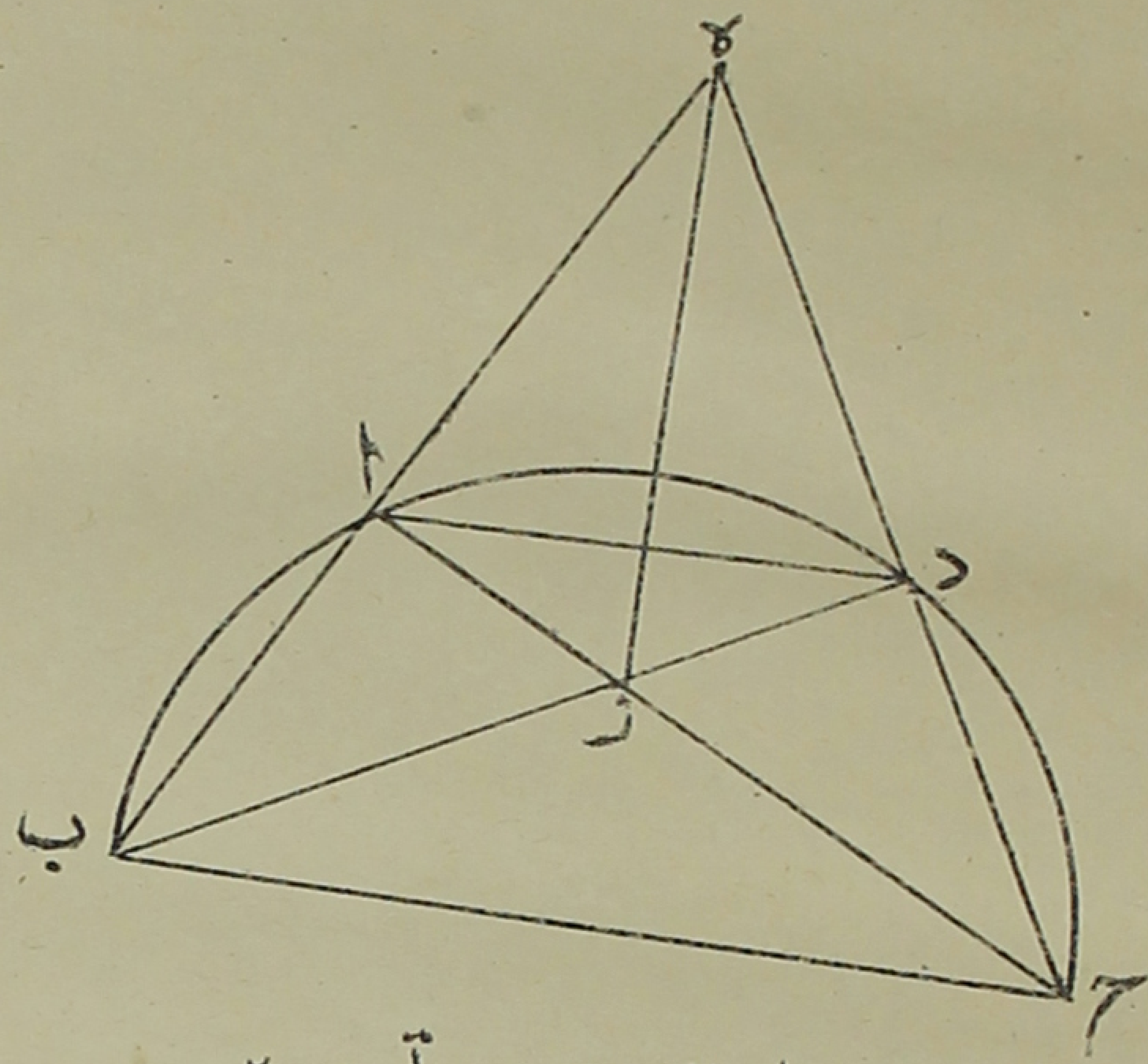
ب ز ج -- ه ز د -- متشابهين وتكون زاوية -- د ب ج -- مساوية

لزاوية -- د ه ز - واذا وصلنا - د ا - كانت زاوية -- د ب ج

متساوية لزاوية -- ج ا د - فتكون زاوية - د ا ز - مساوية لزاوية

---

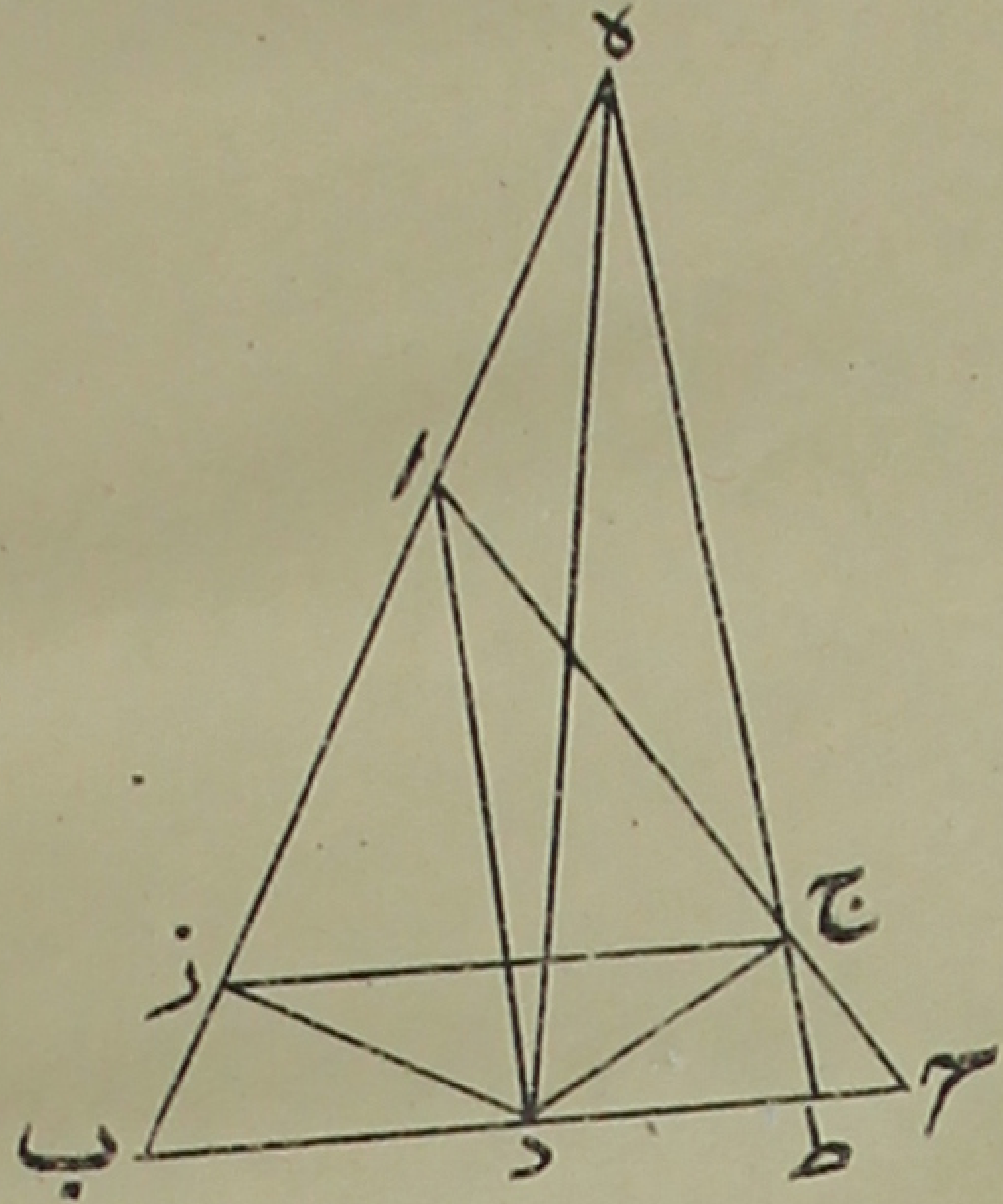
(١) الشكل الخامس .



الاصول الهندسية ص٦

شكل (٥)

(١) الشكل الخامس .



الاصول الهندسية ص٦
شكل (٦)

(١) الشكل الخامس .

ده ز ـ فيجب ان تكون ذوا اربعة اضلاع ـ ه ا د ز ـ فى دائرة ومن البين انه فى دائرة لأن كل واحدة من زاويتى ـ ه ا ز ـ زده ـ قائمة فقد وجب ان يكون مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ مساويا لمسطح ج د ـ فى ـ د ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض نصف دائرة عليه ـ ا ب ج د ـ ولنوصل ـ ا ج ب د ـ وليكن مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ى ـ مساويا لمربع ـ د ب ومسطح ـ ح ا ـ فى ـ ا ى ـ مساويالمربع ـ ا ه ـ ولنصل ـ ه ب ز ج ـ فاقول ان خط ـ ز ح ـ مساولخط ـ ح ه ـ .

برهان ذلك لنصل ـ ب ا ـ ج د ـ ولنخرجهما على استقامة حتى يلتقيا على نقطة ـ ط ـ فمسطح ـ ب د ـ فى ـ د ى ـ مساو لمسطح ـ ج د ـ فى ـ د ط ـ كما قد تبين فيما تقدم ومسطح ـ ج ا فى ـ ا ى ـ مساو لمسطح ـ ب ا ـ فى ـ ب ط ـ فمسطح ـ ب ا فى ـ ا ج ـ مساولمربع ـ ا ه ـ ومسطح ـ ج د ـ فى ـ د ط مساولمربع ـ د ز ـ وزاويتا ـ ط د ز ـ ط ا ه ـ كل واحدة منهما قائمة فاذا وصلنا ـ ز ط ـ ط ه ـ كل واحد من زاويتى ـ ط ز ح ط ه ح ـ قائمة ومن اجل ان مسطح ـ ا ط ـ فى ـ ط ا ـ مساولمسطح ج ط ـ فى ـ ط د ـ ومسطح ـ ب ط ـ فى ـ ط ا ـ مساولمسطح ب ا ـ فى ـ ا ط ـ مع مربع ـ ا ط ـ ومسطح ـ ح ط ـ فى ـ ط د ـ مساولمسطح ـ ج د ـ فى ـ د ط ـ مع مربع ـ ط د ـ ومربعات

---

(١) الشكل السادس .

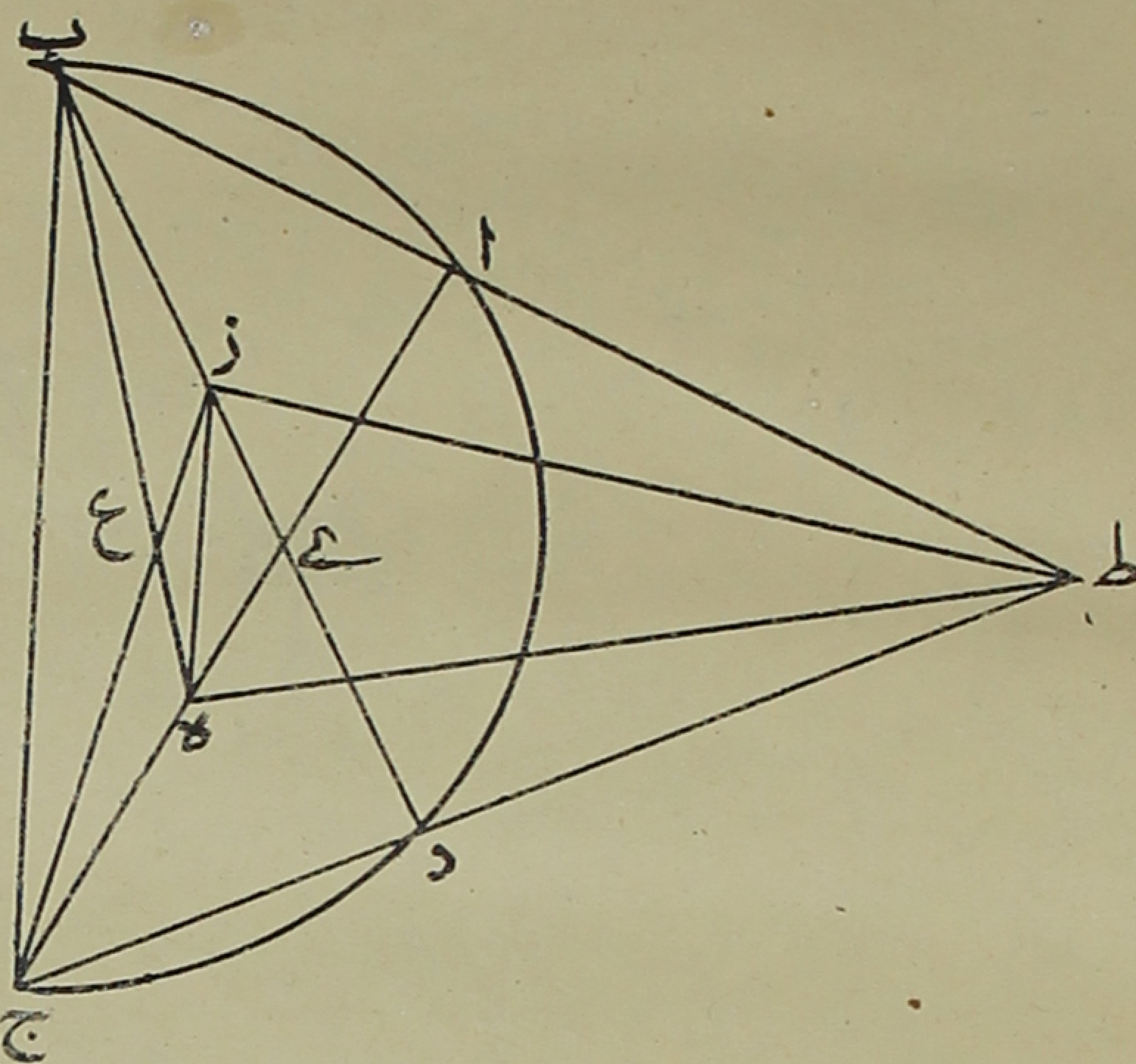
ب ا - ا ط - ج د - د ط - مساوية لمربعى - ا ه - د ز - يكون مربعا - ط ا - ا ه - مساويين لمربعى - ط د - د ز - ولكن مربعى - ط ا - ا ه - مساويان لمربع - ط ه - لان زاوية - ط ا ه - قائمة فمربع ط ز - مساويا لمربع - ط ه - فخط - ط ز - مساو لخط - ط ه فاذا وصلنا - ز ه - تكون زاوية - ط ز ه - مساوية لزاوية - ط ه ز - ولكن زاوية - ط ز ح - القائمة مساوية لزاوية - ط ه ح القائمة فزاوية - ح د ه - الباقية مساوية لزاوية - ز ه ح - الباقية فخط - ح ز - مساو لخط - ح ه - وذلك ما اردنا ان نبين (١).

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه - ا ب ج - ولنخرج فيه اعمدة - ب د - ج ه - ا ز - فاقول ان اعمدة - ب د - ج ه ا ز - متساوية.

برهان ذلك من اجل ان مثلث - ا ب ج - متساوى الساقين وقد اخرج فيه عمود - ا ز - يكون خط - ب ز - مساويا لخط ز ج - وايضا من اجل ان مثلث - ج ب ا - متساوى الساقين وقد اخرج فيه عمود - ج ه - يكون خط - ا ه - مساويا لخط - ه ب فخط - ج ز - مساو لخط - ا ه - ولنجعل خط - ا ج - مشتركا فيكون خطا - ه ا - ا ج - مساويين لخطى - ا ج - ج ز - وزاوية ج ا ه - مساوية لزاوية - ا ج ز - فقاعدة - ا ب - مساوية لقاعدة ج ه - وايضا من اجل ان مثلث - ب ج ا - متساوى الساقين وقد

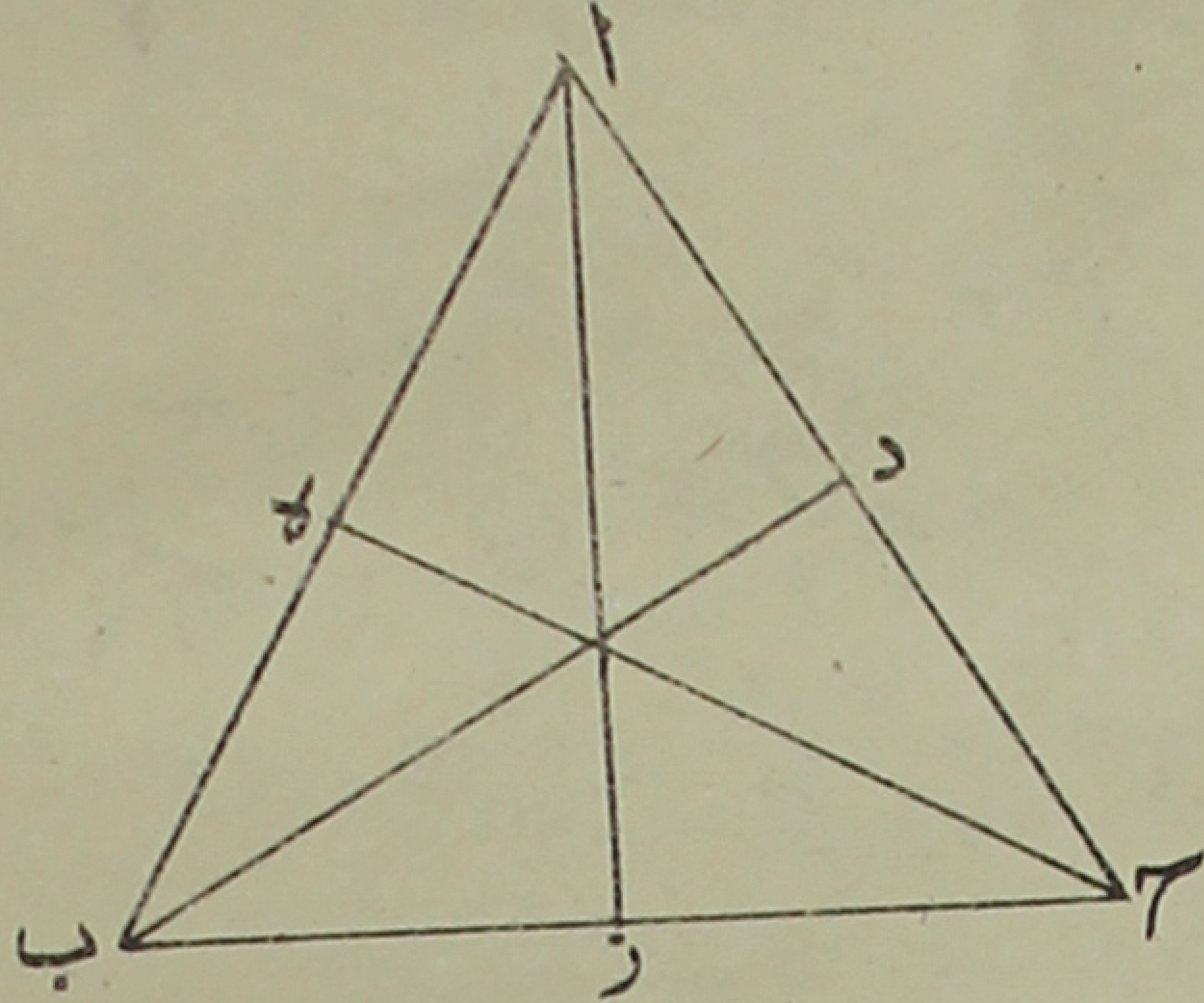
---

(١) الشكل السابع.



الاصول الهندسية ص٨

شكل (٧)



الاصول الهندسية ص ٩

شكل (٨)

اخرج فيه عمود ـ ب د ـ يكون خط ـ اد ـ مساويا لخط ـ ده فخط ـ ه ب ـ مساو لخط ـ ج د ـ ولنجعل خط ـ ب ج ـ مشتركا فيكون خطا ـ ه ب ـ ب ج ـ مساويين لخطى ـ ب ج ـ ج د وزاوية ـ ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ج ب د ـ فقاعدة ـ ب د مساوية لقاعدة ـ ج ه ـ وقد كان تبين ان خط ـ ه ج ـ مساو لخط از ـ فخط ـ ب د ـ مساو لخط ـ از ـ فخطوط ـ ه ج ـ از ـ د ب ـ الثلاثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه ـ اب ج ـ ولنخرج فيه عمود ـ اد ـ ولنعلم على خط ـ ب د ـ نقطة كيف ما وقعت وهى نقطة ـ ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ه ـ الى خطى ـ ج ا ـ اب عمودين وهما خطا ـ ز ه ـ ه ح ـ فاقول ان ـ اه ـ مساو لخطى ز ه ـ ه ج ـ •

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا موازيا ـ لا ج وهو خط ـ ه ط ـ ولنخرج من نقطة ـ ب ـ خطا يكون عمودا على خط ـ اج ـ وهو خط ـ ب ى ـ فمن اجل ان مثلث ـ اب ج متساوى الاضلاع وخط ـ اج ـ مواز لخط ـ ط ه ـ يكون مثلث ـ ب ط ه ـ متساوى الاضلاع ومن اجل ان خط ـ ب ى عمود على خط ـ اج ـ وخط ـ اج ـ مواز لخط ـ ط ه ـ فيكون خط ـ ب ك ـ عمودا على خط ـ ط ه ـ وخط ـ ك ى ـ مساو

---

(١) الشكل الثامن.

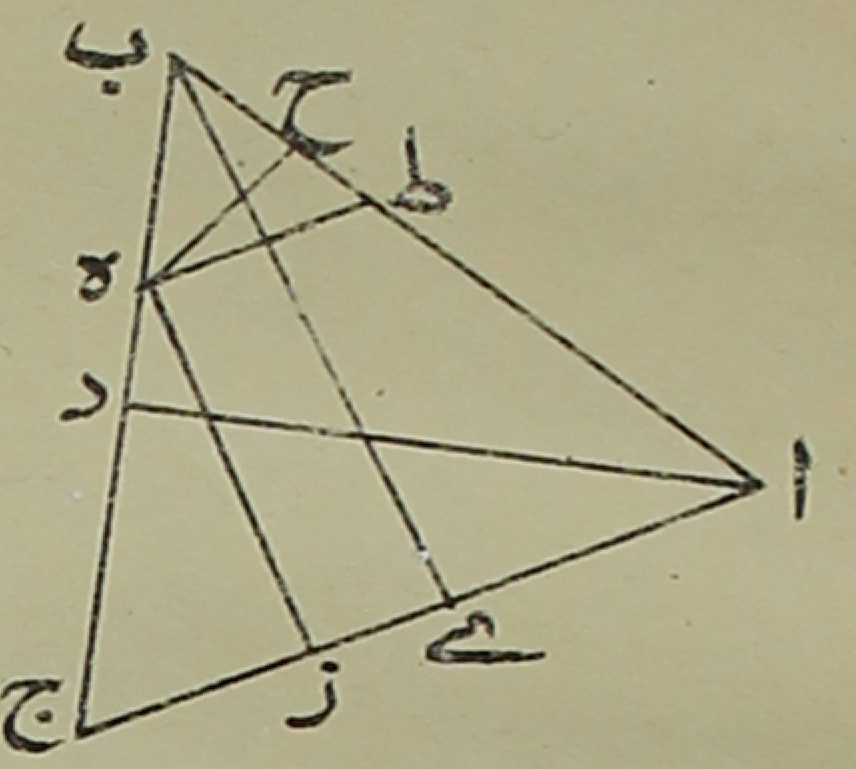
لخط ـ ه ز ـ لأن سطح ـ ك ه زى ـ متوازى الاضلاع فجميع خط ـ ب ى ـ مساو لخطى ـ ه ح ـ ه ز ـ ولكن خط ـ ب ى مساو لخط ـ ا د ـ فخط ـ ا د ـ مساو لخطى ـ ه ز ـ ه ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا متساوى الاضلاع عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج فيه عمود ـ ا د ـ ولنعلم فى داخله نقطة كيف وقعت وهى نقطة ـ ه ولنخرج منها الى اضلاع المثلث اعمدة وهى خطوط ـ ز ه ـ ه ح ه ط ـ فاقول ان خط ـ ا د ـ مساو لخطوط ـ ه ز ـ ه ح ـ ه ط ٠

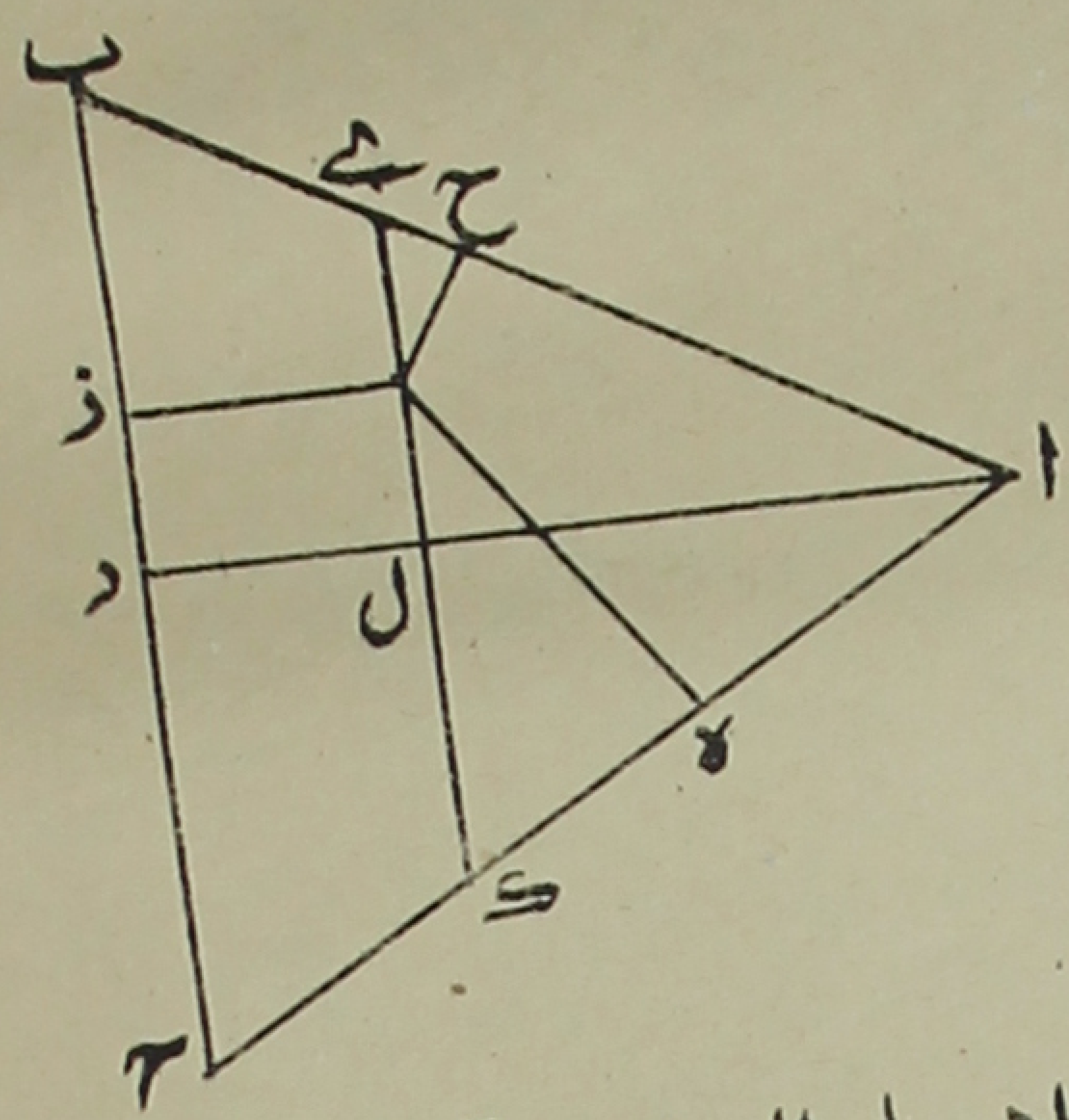
برهان ذلك لنخرج على نقطة ـ ه ـ خطا موازيا لخط ـ ب ج ـ وهو خط ـ ى ه ل ك ـ فمن اجل ان خط ـ ب ك ـ مواز لخط ـ ب ج ـ وخط ـ ه ز ـ مواز لخط ـ د ل ـ يكون سطح ه د ـ متوازى الاضلاع ومن اجل ان مثلث ـ ا ب ج ـ متساوى الاضلاع وقد اخرج فيه عمود ـ ا د ـ وخط ـ ب ك ـ مواز لقاعدته وهى لقاعدته وهى خط ـ ب ج ـ يكون مثلث ـ ا ى ك متساوى الاضلاع ومن اجل ان مثلث ـ ا ى ك ـ متساوى الاضلاع وقد اخرج فيه عمود ـ ا ل ـ ونعلم على خط ـ ب ك ـ نقطة ما كيف وقعت وهى نقطة ـ ه ـ واخرج منها عمودان على خطى ـ ى ا ـ ا ك ـ وهما خطا ـ ه ح ـ ه ط ـ يكون خط ـ ا ل ـ مساويا لخطى ه ح ـ ه ط ـ وقد كان تبين ان خط ـ ل ه ـ مساو لخط ـ ه ز ـ فخط

---

(١) الشكل التاسع.



الاصول الهندسية ص١٠
شكل (٩)



الاصول الهندسية ص٦١

شكل (١٠)

اد ـ اذن هو مساو لخطوط ـ ه ز ـ ه ح ـ ه ط ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ عمودا على خط ـ ا ب ـ وهو ـ ا د ـ ولنخرج خط ـ ب ج ـ على استقامة حتى يلقى خط ـ ا د ـ على نقطة ـ د وانقسم خط ـ ا ب ـ بنصفين على نقطة ـ ه ـ ولنصل ـ ه ز د ولنخرج من نقطة ـ ز ـ خطا موازيا لخط ـ ا ب ـ وهو خط ـ ز ح ـ فاقول ان مسطح ـ د ا ـ فى ـ ا ح ـ مساو لمربع ا ج ـ .

برهان ذلك لنخرج ـ ز ح ـ على استقامة الى نقطة ـ ط فمن اجل ان مثلث ـ ا ب ج ـ متساوى الساقين وخط ـ ز ط مساويا لخط ـ ا ب ـ يكون خط ـ ز ط ـ مساويا لخط ـ ز ج وايضا من اجل ان خط ـ ا ه ـ مساو لخط ـ ه ب ـ وخط ـ ه ب موازلخط ـ ح ط ـ يكون خط ـ ح ز ـ مساويا لخط ـ ز ط وقد كان تبين ان خط ـ ز ط ـ مساو لخط ـ ز ج ـ فخط ـ ز ج مساو لخط ـ ز ج ـ فخطوط ـ ز ط ـ ز ح ـ ز ج ـ الثلاثة متساوية فاذا وصلنا ـ ح ج ـ تكون زاوية ـ ج ح ط ـ قائمة فزاويتا ـ ز ح ج ـ ح ط ج ـ الباقيتان مساويتان لقائمة واحدة وزاوية ـ ز ط ج ـ مساوية لزاوية ـ ا ب ج ـ فزاوية ـ ا ب ج ـ مع زاوية

---

(١) الشكل العاشر .

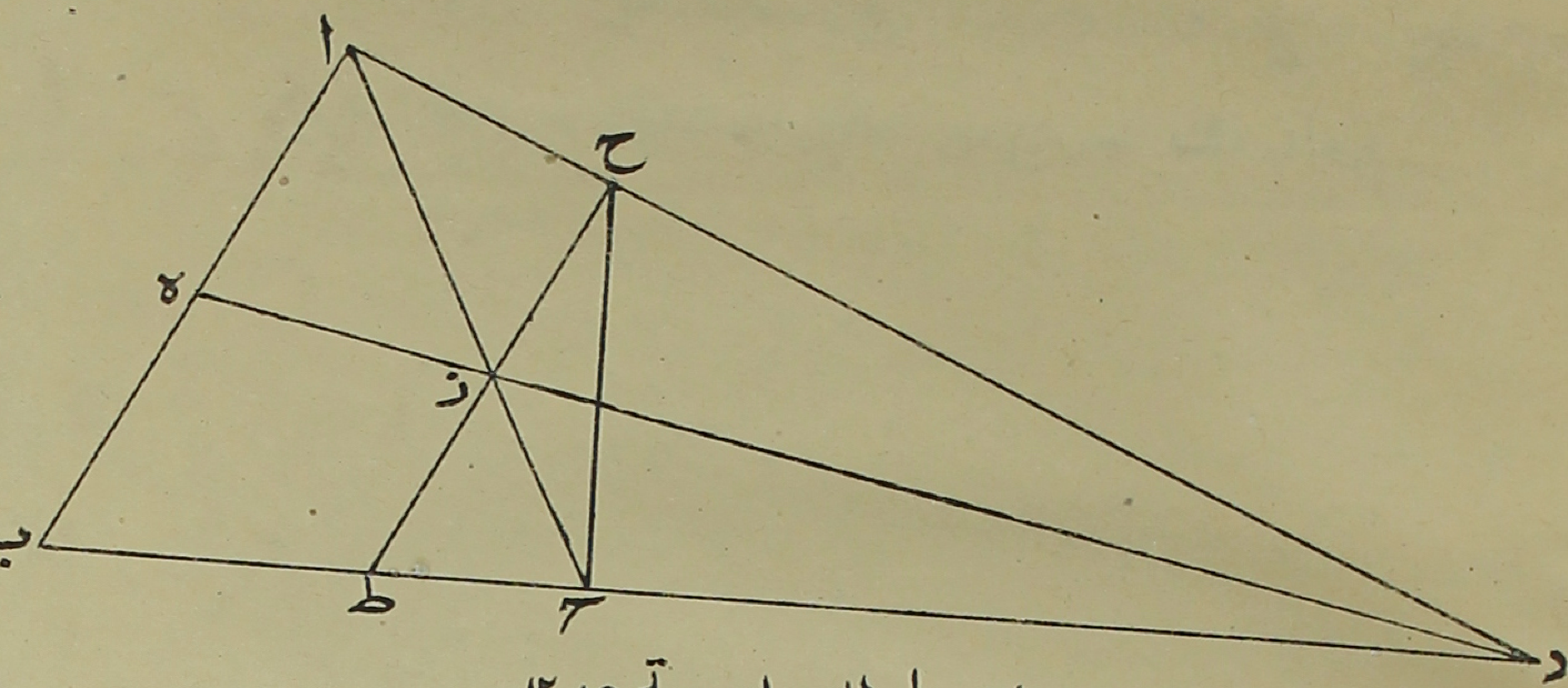
زح ج ـ مساويتان لقائمة واحـدة وزاوية ـ اب ج ـ مع زاوية
اد ب ـ مساويتان لقائـمـة واحدة فزاوية ـ اد ب ـ مساوية لزاوية
زح ج ـ وزاوية ـ زح ج ـ مسـاوية ازاوية ـ ز ج ح ـ
فزاويـة ـ اد ب ـ مساويـة لزاويـة ـ ز ج ح ـ فسطح ـ د
ا ـ فى ـ اُح ـ مساولمربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا عليه ـ اب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ لى
خط ـ ب ج ـ خطا يحيط مع ـ ب ا ـ بزاوية مساوية لزاوية ـ ا ج
ب ـ وهو خط ـ ا د ـ فزاوية ـ ب ا د ـ مساوية لزاوية ـ ا ج
د ـ فاقول ان مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مساولمربع ـ ا ب ٠

برهان ذلك من اجل ان زاوية ـ ا ج ب ـ مساوية لزاوية
ب ا د ـ نجعل زاوية ـ اب ج ـ مشتركة لمثلثى ـ اب ج ـ اب د
فتكون زاوية ـ ب د ا ـ الباقية مثل زاوية ـ ب ا ج ـ فمثلثا ـ ا ب
ج ـ اب د ـ متساويا الزوايا فهما اذن متشابهان فنسبة ـ ج ب
الى ـ ب ا ـ مثل نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب د ـ فمسطح ـ ج ب
فى ب د ـ مساولمربع ـ ا ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) ٠

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه ـ اب ج ـ وليكن
ساقاه المتساويان خطى ـ اب ـ ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا
خطا يكون عمودا على خط ـ ب ج ـ وهو خط ـ اد ـ فاقول ان

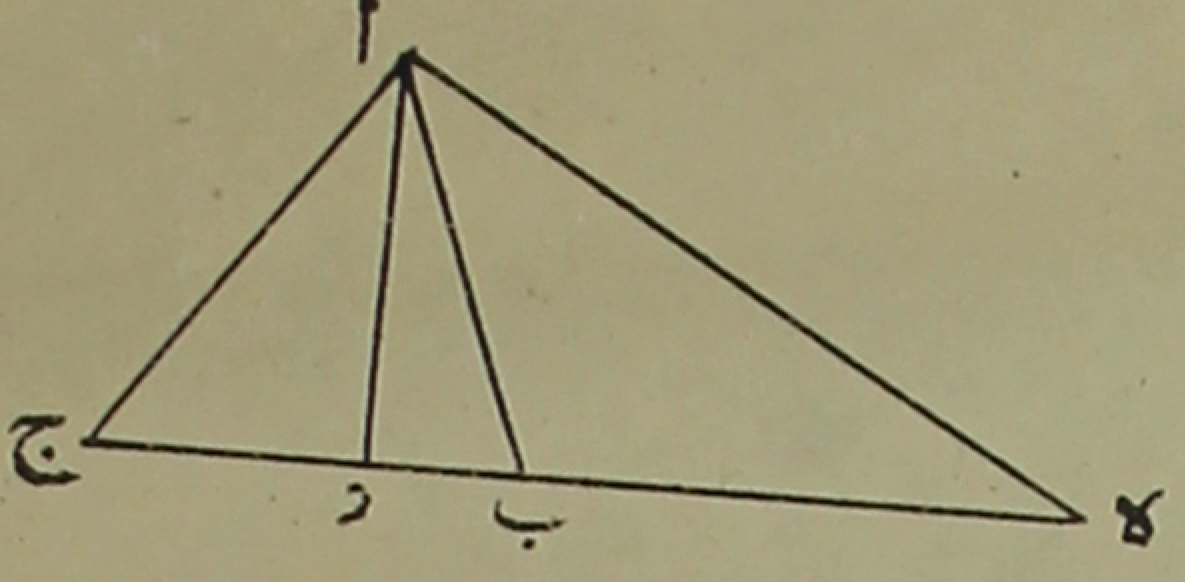
(١) الشكل الحادى عشر (٢) الشكل الثانى عشر .



الاصول الهندسية ص ١٢
شكل (١١)

بياض فى الاصل
الاصول الهندسية ص ١٢
شكل (١٢)

(١) الشكل الثالث عشر.



الاصول الهندسية ص٣

شكل (١٣)

مسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ب ـ مرتين مساو لمربع ـ ا ج ـ •

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ ا ـ عمودا على خط ـ ا ج وهو خط ـ ا ه ـ ولنخرج خط ـ ب ج ـ على استقامة حتى يلتقى خط ـ ا ه ـ وليكن التقاؤهما على نقطة ـ ه ـ فمن اجل ان زاويـة ه ا ج ـ قائمـة وخـط ـ ج ب ـ مساو ـ لخط ـ ا ب تكون خطوط ـ ه ب ـ ب ج ـ ب ا ـ الثلاثة متساوية فخط ـ ه ج ضعف خط ـ ج ب ـ فمسطح ـ ه ج ـ فى ـ ج د ـ مساو لمربع ج ا ـ لأن زاوية ـ ه ا ج ـ قائمة وخط ـ د ا ـ عمود على خط ب ج ـ فمسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ب ـ مرتين مساو لمربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج د ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ب ج ـ عمود ـ ا د ـ فاقول ان زيادة مربع ـ ب د ـ على مربع ـ د ج ـ مثل زيادة مربع ـ ب ا ـ على مربع ـ ا ج •

برهان ذلك من اجل انه اذا زيد على زيادة مربع ـ ب د على مربع ـ د ج ـ مربع ـ ا د ـ كانت مثل زيادة مربعى ـ ب د دا ـ على مربعى ـ ا د ـ د ج ـ ومربعا ـ ب د ـ د ا ـ مساويان لمربع ـ ا ب ـ ومربعا ـ ا د ـ د ج ـ مساويان لمربع ـ ا ج ـ فتكون زيادة مربع ـ ب د ـ على مربع ـ د ج ـ مثل زيادة مربع ـ ب ا

---

(١) الشكل الثالث عشر .

على مربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا قائم الزاوية عليه ـ اب ج ـ ولتكن زاويته القائمة زاوية ـ ا ـ ولنقسم ـ ب ج ـ بنصفين على نقطة د ـ ولنصل ـ ا د ـ فاقول ان خطوط ـ ا د ـ ب د ـ د ج ـ متساوية ٠

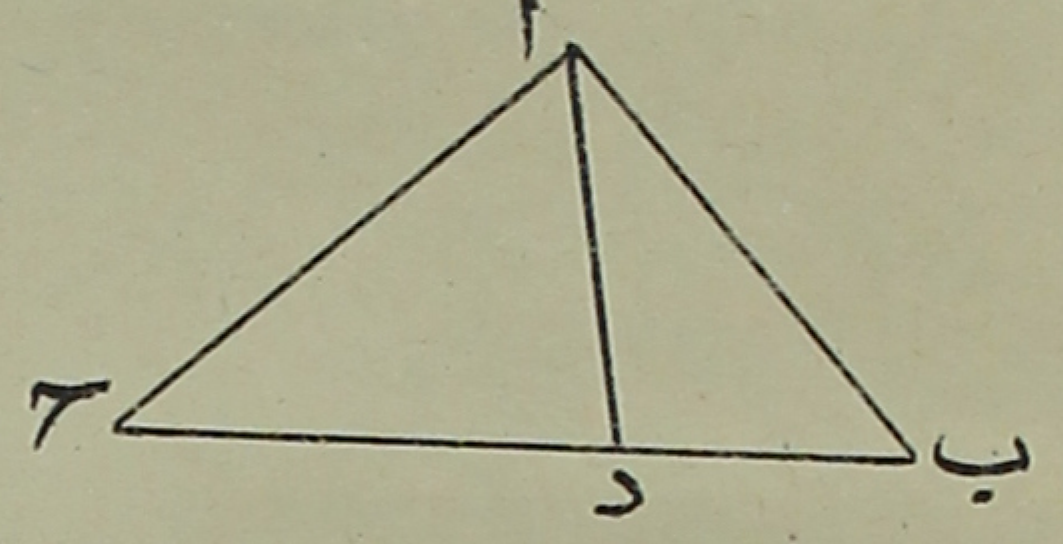
برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ـ ا ب وهو خط ـ د ه ـ فمن اجل ان خط ـ ب د ـ مساو لخط ـ د ج وخط ـ د ه ـ مواز لخط ـ ا ب ـ يكون خط ـ ا ه ـ مساويا لخط ـ ه ج ـ وزاوية ـ ب ا ج ـ فرضت قائمة فزاوية ـ ح ـ التى تليها قائمة وكذلك زاوية ـ ز ـ ومن اجل ان خط ـ ا ه ـ مساو لخط ـ ه ج ـ وخط ـ ه ا ـ مشترك وزاوية ـ ح ـ مساوية لزاوية ز ـ تكون قاعدة ـ ا ه ـ مساوية لقاعدة ـ د ج ـ ولكن خط د ج ـ مساو لخط ـ د ب ـ فخطوط ـ ا د ـ ب ه ـ د ج ـ الثلاثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين (٢) ٠

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ب ج ـ خطا كيف ما وقع وهو خط ا د ـ فاقول ان مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا مساو لمربع ـ ا ج ٠

---

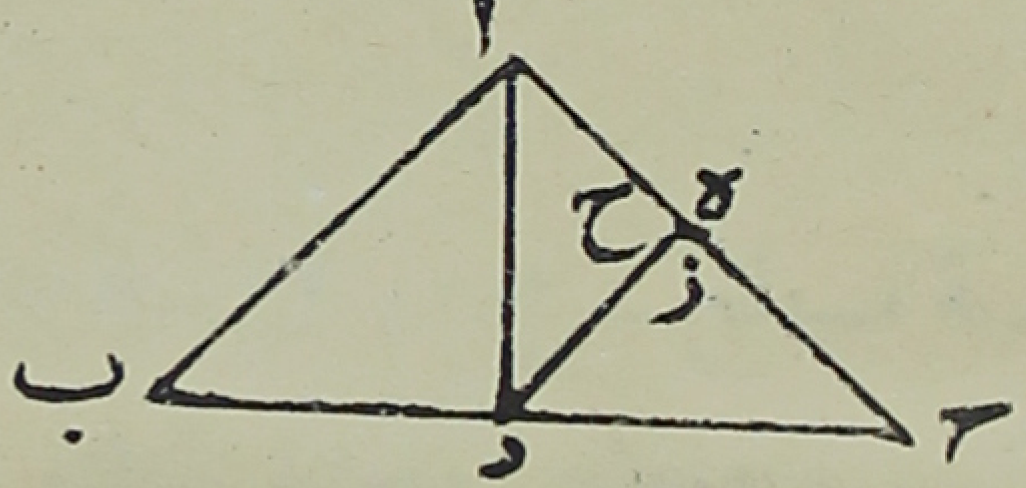
(١) الشكل الرابع عشر (٢) الشكل الخامس عشر .

برهان



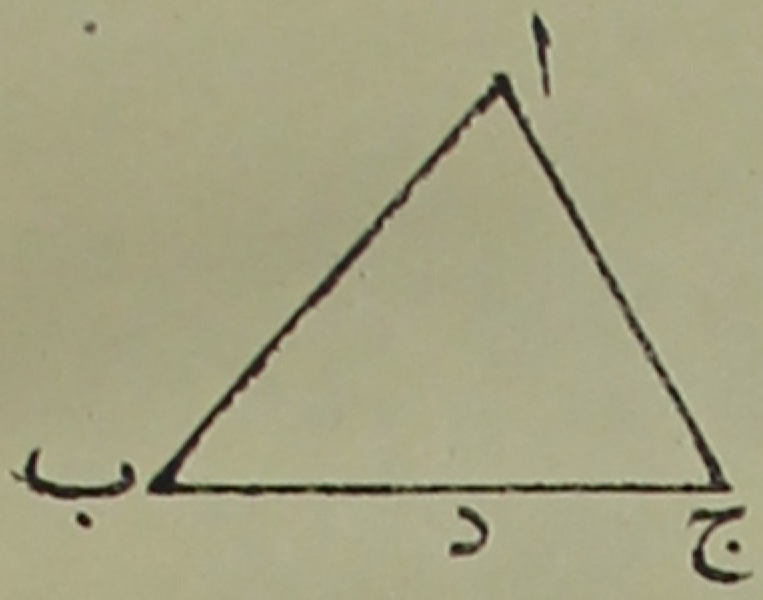
الاصول الهندسية ص١٣

شكل (١٤)



الاصول الهندسية ص١٣

شكل (١٥)



الاصول الهندسية ص ١٥

شكل (١٦)

برهان ذلك لنخرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ب ج عمود ـ ا ه ـ فمن اجل ان خط ـ ب ج ـ قد قسم بنصفين على نقطة ـ ه ـ وبقسمين مختلفين على نقطة ـ د ـ يكون مسطح ـ ب د فى ـ د ج ـ مع مربع ـ ه د ـ مساويا لمربع ـ ه ج ـ ولنجعل مربع ا ه ـ مشتركا فيكون مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربعى ا ه ـ ه د ـ مساو لمربعى ـ ا ه ـ ه ج ـ ولكن مربعى ـ ا ه ـ ه د مساويان لمربع ـ ا د ـ لأن زاوية ـ ا ه د ـ قائمة ومربعا ـ ا ه ه ج ـ مساويان لمربع ـ ا ج ـ لأن زاوية ـ ا ه ج ـ قائمة فمسطح ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا ـ مساو لمربع ـ ا ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

لنفرض مثلثا متساوى الساقين عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ خطين وهما خطا ـ ا د ـ ا ه ـ ولتكن نسبة مسطح ب د ـ فى ـ د ج الى مربع ـ د ا ـ مثل نسبة مسطح ـ ج ه ـ فى ه ب ـ الى مربع ـ ه ا ـ فاقول ان خط ـ د ا ـ مساو لخط ـ ا ه ٠

برهان ذلك من اجل ان نسبة مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج الى مربع ـ ا د ـ مثل نسبة مسطح ـ ج ه ـ فى ـ ه ب ـ الى مربع ا ه ـ فانا اذا ركبنا كانت نسبة مسطح ـ ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا ـ الى مربع ـ ا د ـ مثل نسبة مسطح ـ ج ه ـ فى

(١) الشكل السادس عشر .

ه ب ـ مع مربع ـ ه ا ـ الى مربع ـ ا ه ـ ولكن مسطح ب د ـ فى ـ د ج ـ مع مربع ـ د ا ـ مساولمربع ـ ا ب ـ ومسطح ج ه ـ فى ـ ه ب ـ مع مربع ـ ه ا ـ مساولمربع ـ ا ج ـ فنسبة مربع ـ ج ا ـ الى مربع ـ ا د ـ مثل نسبة مربع ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ه ـ والمقدمان متساويان فالتاليان اذن متساويان نخط ـ د ا مساولخط ـ ا ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

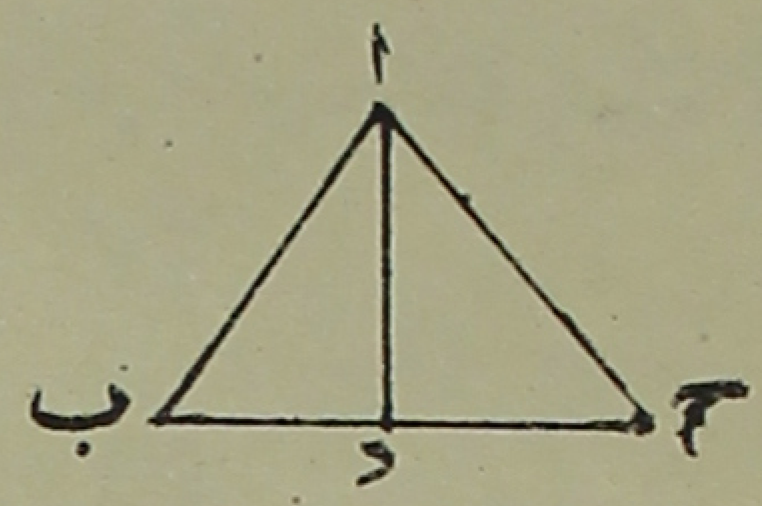
لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج ـ ولنقسم زاوية ـ ا ـ بنصفين بخط ـ ا د ـ فاقول ان نسبة خطى ـ ب ا ـ جميعا الى خط ـ ج ب مثل ـ ا ب ـ الى ـ ب د ـ .

برهان ذلك من اجل ان زاوية ـ ا ـ من مثلث ـ ا ب ج قد قسمت بنصفين بخط ـ ا د ـ تكون نسبة ـ ب ا ـ الى ـ ا ج مثل نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ واذا بدلنا كانت نسبة ـ ا ب الى ـ ب ـ د ـ مثل نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج د ـ ونسبة الجميع الى الجميع مثل نسبة واحد الى واحد فنسبة خطى ـ ب ا ـ ا ج ـ الى خط ـ ج ب مثل نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ذ ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) .

لنفرض مثلثا عليه ـ ا ب ج ـ ولنخرج خطى ـ ج ا ـ ب ا على استقامة الى نقطى ـ د ه ـ ولنصل ـ د ج ـ ه ب ـ ولنخرج

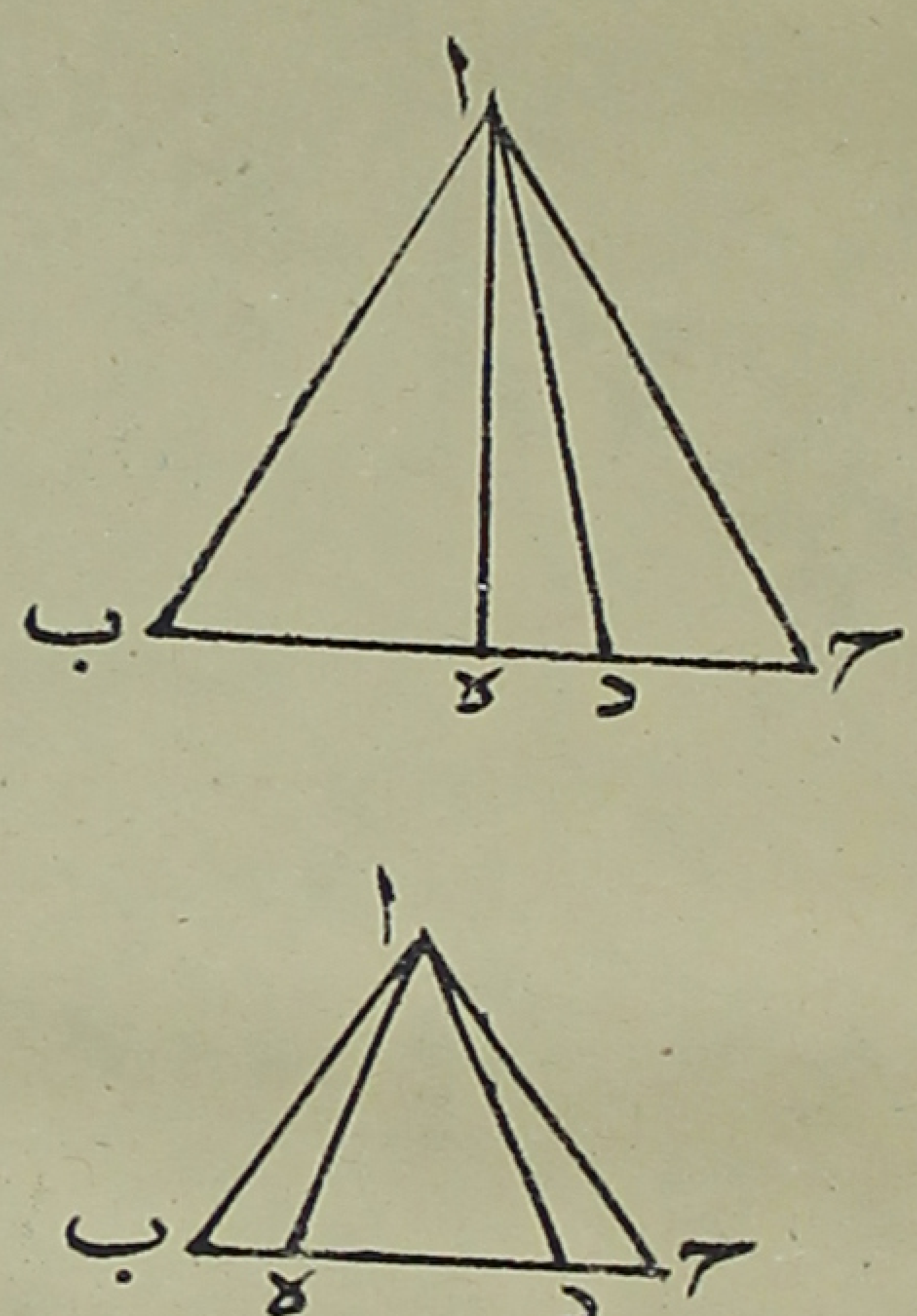
(١) الشكل السابع عشر (٢) الشكل الثامن عشر .

من



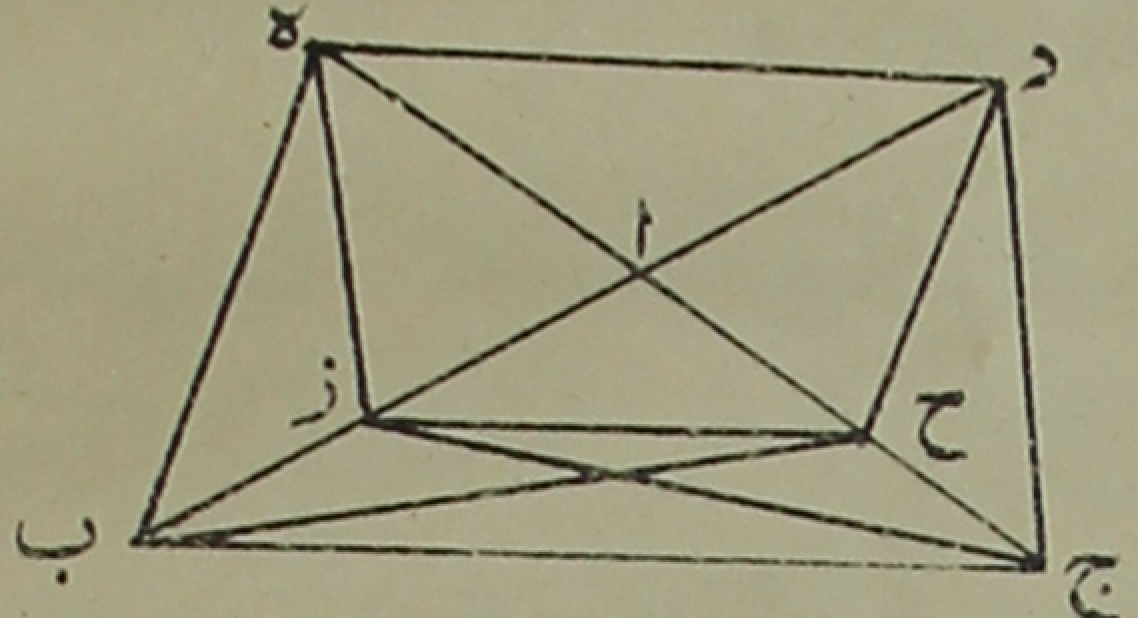
الاصول الهندسية ص ١٦

شكل (١٧)



الاصول الهندسية ص ١٦

شكل (١٨)



الاصول الهندسية ص ١٧

شكل (١٩)

من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ـ ه ب ـ وهو خط ـ د ح ولنخرج من نقطة ـ ه ـ خطا موازيا لخط ـ د ج ـ وهو خط ـ ه ز ـ وانصل ـ ز ح ـ فاقول ان خط ـ ز ح ـ مواز لخط ـ ب ج .

برهان ذلك لانصل ـ ز ج ـ ه ب ـ ه د ـ فمثلث ـ ز ه ج ـ مساو لمثلث ـ د ز ج ـ لأنهما على قاعدة واحدة وهى خط ز ج ـ وبين خطين متوازيين وهما خطا ـ د ج ـ ه ز ـ وليلق مثلث د ا ج ـ المشترك فيكون مثلث ـ د ا ه ـ الباقى مساويا لمثلث ـ ج ا ز ـ الباقى ومثلث ـ د ه ب ـ مساو لمثلث ـ ح ه ب ـ لأنهما على قاعدة واحدة وهى خط ـ ه ب ـ وبين خطين متوازيين وهما ـ ه ب ـ د ح ـ وليلق مثلث ـ ه ا ب ـ المشترك فيكون ـ د ا ه الباقى مساو يالمثلث ـ ا ب ج ـ الباقى ولكن قدكان تبين ان مثلث د ا ه ـ مساو لمثلث ـ ج ا ب ـ فمثلث ـ ا ب ج ـ مساو لمثلث ـ ا ز ج ـ وليلق مثلث ـ ا ز ح ـ المشترك يكون مثلث ـ ب ز ح الباقى مساو لمثلث ـ ح ز ج ـ وهما على قاعدة واحدة وهى خط ـ ز ح ـ فهما بين خطين متوازيين فخط ـ ز ح ـ مواز لخط ـ ب ج وذلك ـ ما اردنا ان نبين (١) .

لنفرض خط ـ ا ب ـ مساويا لخط ـ ا ج ـ وخط ـ ب د مساو يالخط ـ د ج ـ وليكن كل واحدة من زاويتى ـ ب ا ج ـ ب

---

(١) الشكل التاسع عشر .

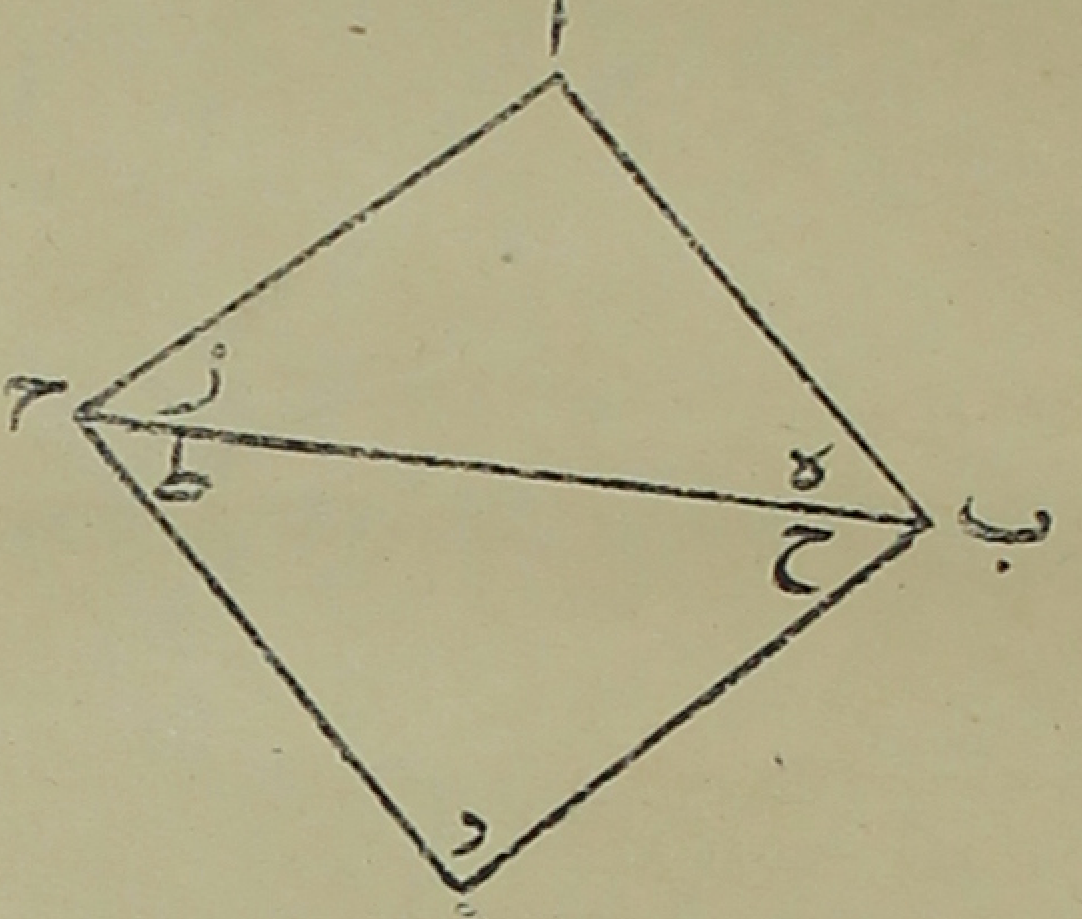
د ج ـ قائمة فاقول ان زاوية ـ ا ب د ـ مساوية لزاوية ـ ا ج د ٠

برهان ذلك لنصل ـ ب ج ـ فمن اجل ان زاوية ـ ا ـ قائمة تكون زاويتا ـ ه ـ ز ـ مساويتين لقائمة واحدة وايضا من اجل ان زاوية ـ د ـ قائمة تكون زاويتا ـ ح ـ ط ـ مساويتين لقائمة واحدة وقد كانتا زاويتا ـ ه ـ ز ـ مساويتين لقائمة واحدة فزاويتا ـ ه ـ ز مساويتان لزاويتي ـ ح ـ ط ـ فجميع زاوية ـ ه ح ـ مساوية لجميع زاوية ـ ز ط ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

تم كتاب ارشميدس فى الاصول الهندسية وهو عشرون شكلا

ولله الحمد وصلواته على نبيه محمد وآله

(١) الشكل العشرون .



الاصول الهندسية ص ١٨
شكل (٢٠)

كتاب

في الدوائر المتماسة

لارشميدس

المقتول سنة مائتين واثنا عشر قبل الميلاد

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

بعاصمة الدولة الآصفية الاسلامية

حيدرآباد الدكن

لازالت شموس افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى آخر الزمن

سنة ١٣٦٦ هـ / ١٩٤٧ م

تعداد الطبع ٥٠٠ / ١٣٥٦ ف

بسم الله الرحمن الرحيم

قال ارشميدس اذا كانت دوائر كم كانت متتالية متماسة ومراكزها على خط واحد واخرج ذلك الخط على استقامة وتعلمت عليه نقطة ما واخرج منها خط يماس الدوائر فان الدوائر متناسبة على تواليها وان كانت الدوائر متناسبة على تواليها فان الخط الذى يماس دائرتين متتاليتين منها اذا اخرج على استقامة ماس باقى الدوائر.

مثال ذلك لنفرض دوائر متتالية متماسة على مراكزها ا ب ج ـ وليكن مراكز ـ ا ب ج ـ على خط واحد بمستقيم وهو خط ـ ا ج ـ ولنفرض الدوائر يماس بعضها بعضا على نقطتى ـ د ه ـ ولنعلم على خط ـ ا ج ـ نقطة ـ ز ـ وليخرج منها خط يماس الدوائر على نقط ـ ح ط ك.

فاقول ان نسبة دائرة (١) الى دائرة ـ ب ـ كنسبة دائرة ب ـ الى دائرة ـ ج.

برهان ذلك لنخرج من النقطة المماسة اقطارا على المراكز وهى خطوط ـ ك ال ـ ط ب م ـ ح ج ن ـ ولنصل ـ ل د د ط ـ م ه ـ ه ح ـ فمن اجل ان خطوط ـ ك ل ـ ط م ـ ح ز قد اخرجت من النقط المماسة على المراكز فانها اعمدة على الخط

---

(١) بياض بالاصل

المماس فهى اذن متوازية فزاوية -- ل ا د -- اذن مساوية لزاوية -- د ل ط -- ومثلثا -- ل ا د -- د ل ط -- متساويا الساقين فزاوية -- ا د ب اذن مساوية لزاوية -- ب د ط -- فخط -- ا ب -- مستقيم فخط -- ل ط اذن ايضا مستقيم وبمثل ذلك تبين ان خط -- م ح -- مستقيم ومن اجل ان مثلثى -- ل ك ط -- م ط ح -- القائمى الزوايا زاويتا -- ا ل ج -- ب م د -- منهما متساويتان فان الزاويتين الباقيتين منهما وهما -- ك ط ل ط ح م -- متساويتان فخط -- ل ط -- اذن موازلخط -- م ح -- ومن اجل ان مثلثى -- ك ل ط -- م ط ح -- متشابهان تكون نسبة -- ل ك الى -- ل ط -- مثل نسبة -- م ط -- الى -- ط ح -- واذا بدلنا تكون نسبة ل ك -- الى -- م ط -- مثل نسبة -- ك ط -- الى -- ط ح -- ولكن نسبة ك ل -- الى -- ط م -- مثل نسبة -- ك ا -- الى -- ط ب -- اعنى مثل نسبة ك ز -- الى -- ز ط -- فنسبة (١) اذن الى -- ز ط -- مثل نسبة -- ك ط -- الى ط ح -- ومن اجل ان نسبة كل -- ك ز -- الى كل -- ز ط -- مثل نسبة ك ط -- المنقوص الى -- ط ح -- المنقوص تكون نسبة -- ط ن الباقى الى -- ز ح -- الباقى مثل نسبة -- ك ز -- الى -- ز ط -- ولكن نسبة -- ك ز -- الى -- ز ط -- مثل نسبة -- ك ا -- الى -- ط ب -- اعنى مثل نسبة -- ك ل -- الى -- ط م -- ونسبة -- ط ز -- الى -- ز ح -- مثل نسبة ط ب -- الى -- ح ج -- اعنى مثل نسبة -- ط م -- الى -- ح ن -- فنسبة ك ل -- اذن الى -- ط م -- مثل نسبة -- ط م -- الى -- ح ن -- فنسبة مربع

---

(١) هنا خرم فى الاصل .

ك ل ــ الى مربع ــ ط م ــ مثل نسبة مربع ــ ط م ــ الى مربع ــ ح ن ونسب الدوائر بعضها الى بعض كنسب مربعات اقطارها بعضها الى بعض فنسبة دائرة ــ ا ــ الى دائرة ــ ب ــ كنسبة دائرة ــ ب ــ الى دائرة ــ ج وذلك ما اردنا ان نبين (١).

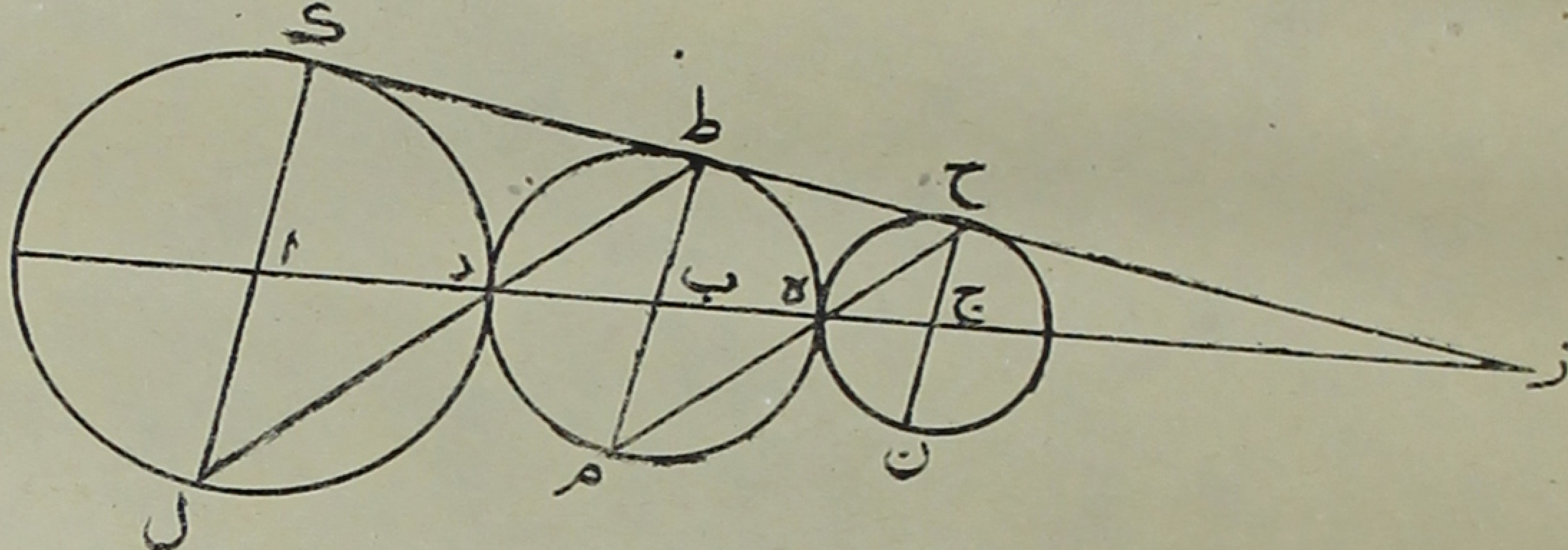
وايضا لتكن الدوائر متناسبة على توالیها ولنفرض خط ــ ز ح ــ مماس دائرتی ــ ج ب ــ علی نقطتی ــ ح ط .

فاقول انا اذا اخرجنا خط ــ ز ط ــ علی استقامته ماس باقی الدوائر.

برهان ذلك لنخرج على نقطة ــ ا ــ خطا موازيا لخط ــ ط م وهو قطر ــ ك ال ــ ولنصل ــ ط ك ــ ولنتمم باقی الرسم علی ما فی الشكل الذی تقدم فتبين لنا (٢) ان خط ــ ل ج ــ علی استقامة خط ج ط ــ وان خط ــ ل ط ــ موازلخط ــ م ح ــ وان مثلث ــ ك ل ط ــ مشابه لمثلث ــ ط م ح ــ ومن اجل ان الدوائر متناسبة علی توالیها فان نسبة ــ ك ل ــ الى ــ ط م ــ مثل نسبة ــ ط م ــ الى ــ ح ن ولكن نسبة ــ ك ل ــ الى ــ ط م ــ اعنی نسبة ــ ال ــ الى ــ ط ب ــ مثل نسبة ــ ل د ــ الى ــ ز ط ــ اعنی مثل ــ ل د ــ الى ــ م ه ــ ونسبة ط م ــ الى ــ ح ن ــ اعنی نسبة ــ ب م ــ الى ــ ج ح ــ مثل نسبة ــ م ه ــ الى ــ ه ح ــ اعنی مثل نسبة ــ د ط ــ الى ــ ه ح ــ وقد كانت نسبة ل د ــ الى ــ م ه ــ مثل نسبة ــ ك ل ــ الى ــ ط م ــ ونسبة ــ ك ل ــ

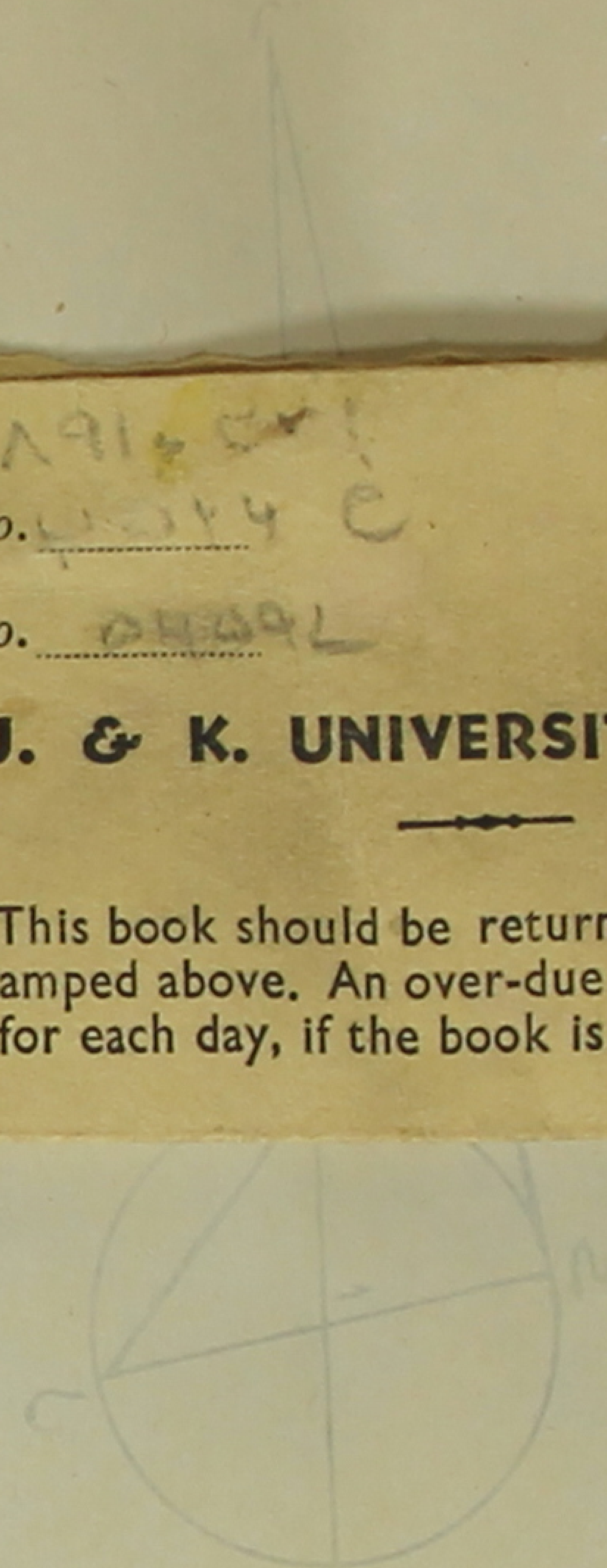
اذن

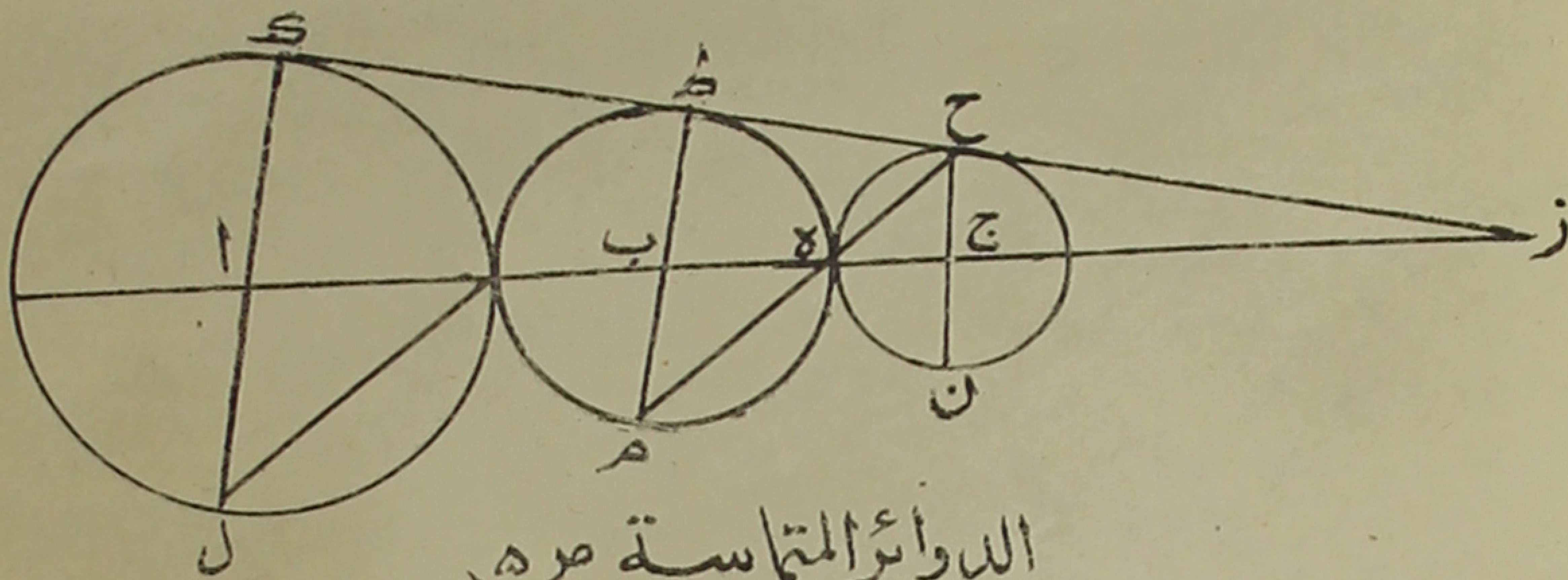
(١) الشكل الاول (٢) هنا خرم فی الاصل.



الدوائر المتماسة ص ٢

شكل (١)





الدوائر المتماسة ص ٥
شكل (٢)

اذن الى -- ط م -- مثل نسبة -- ل د -- الى -- م ه -- ومثل نسبة -- د ط -- الى ه ح -- اعنى مثل نسبة جميع -- ل ط -- الى جميع -- م ح -- ومن اجل ان نسبة -- ك ل -- الى -- ط م -- مثل نسبة -- ل ط -- الى -- م ح -- والزاويتان اللتان محيط بها متساويتان فان مثلثى -- ك ل ط -- ط م ح -- متشابهان فزاوية -- ل ك ط -- مساوية لزاوية -- م ط ح -- وزاوية -- م ط ح قائمة فزاوية -- ل ك ط -- قائمة وخط -- ك ل -- مواز لخط -- ط ب فزاوية -- ك ط م -- اذن قائمة وقد كانت زاوية -- ب ط ح -- قائمة فخط -- ح ط -- اذن على استقامة خط -- ط ك -- ويماس دائرة -- ا ‎(١)‎

وبمثل ذلك تبين انه اذا كانت دوائر اكثر من هذه كم كانت تماسها كلها .

وايضا لنفرض الدوائر على ما فى المقدمة ولنصل -- ل ك -- ك د ط ه -- ه ح -- ح ن -- ولنخرج من نقطة -- د -- خطا يماس كل واحدة من دائرتى -- ا ب -- وهو خط -- د م -- فخط -- د م -- عمود على خط ل ز -- ومن اجل ان كل واحد من خطى -- ك م -- م د -- يماس دائرة ا -- يكون خط -- ل م -- مساويا لخط -- م د -- وكذلك ايضا يكون خط -- ط م -- مساويا لخط -- م د -- فخطوط -- ك م -- م د -- ط م الثلاثة متساوية والدائرة المرسومة على مركز -- م -- وببعد -- م ك كدائرة -- ك د ط -- تجوز على نقط -- ك د ط -- فزاوية -- ك د ط قائمة وزاوية -- ل ك د -- قائمة فخطا -- ل ك -- ط د -- متوازيان .

---

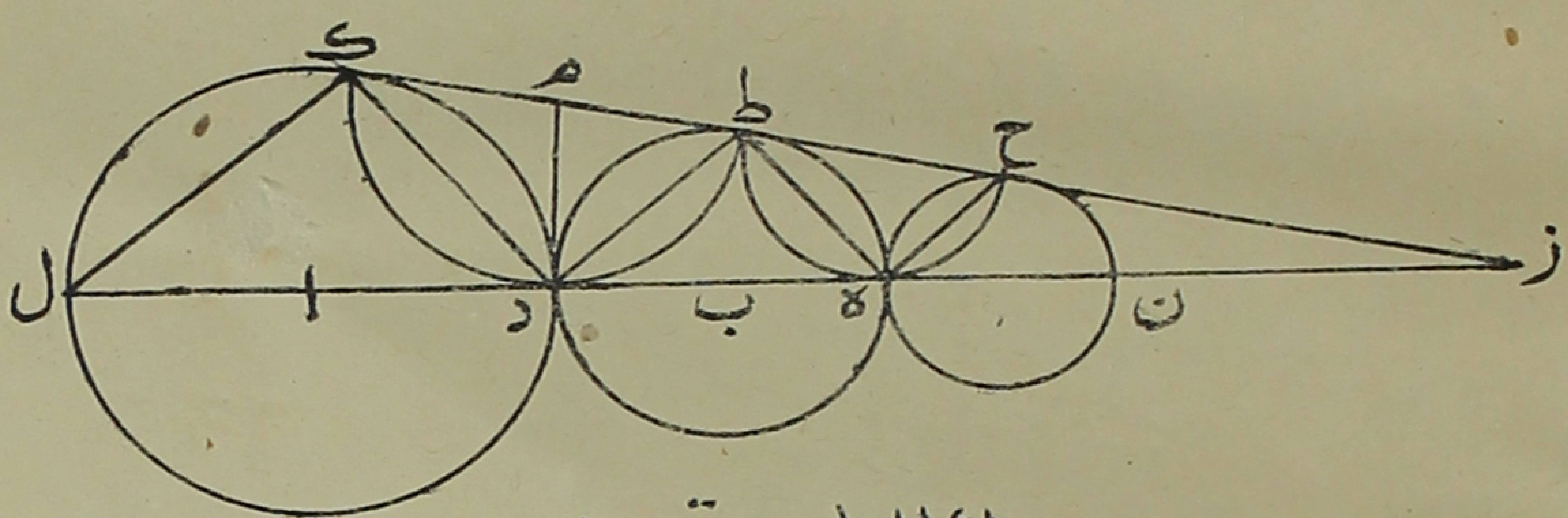
(١) الشكل الثانى.

وبمثل ذلك تبين ان خطى ـ د ط ـ ه ح ـ متوازيان وايضا من اجل ان خط ـ ز ح ك ـ يماس دائرة ـ ا ـ على نقطة ـ ك ـ وخط ك د ـ لما يفصلها تكون زاوية ـ ط ك ـ مساوية لزاوية ـ ك ل د ومثلثا ـ ل ك د ـ ك د ط ـ قائمة الزاويتين فزاوية ـ ك د ل ـ الباقية مساوية لزاوية ـ ك ط د ـ الباقية فمثلثا ـ ل ك د ـ ك د ط ـ متشابهان ولكن مثلث ـ ل ك د ـ هو مشابه لمثلث ـ د ط ه ـ ومثلث ـ ك د ط ـ مشابه لمثلث ـ ط ه ح ـ فمثلثات ـ ل ك د ـ ك د ط ـ ط ه ح ه ح ن ـ اذن متشابهة فنسبة ـ ال ك ـ الى ـ ك د ـ مثل نسبة ـ ك د ـ الى ـ ط د ـ ومثل نسبة ـ د ط ـ الى ـ ط ه ـ ومثل نسبة ـ ط ه ـ الى ـ ه ح ـ فاذا القينا الاوساط تصير نسبة ـ ل ك ـ الى ـ د ط ـ مثل نسبة ـ د ط ـ الى ـ ه ح ـ ولكن نسبة ـ ل ك ـ الى ـ د ط مثل نسبة ـ ل د ـ الى ـ د ه ـ ونسبة ـ د ط ـ الى ـ ه ح ـ مثل نسبة د ه ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ل د ـ الى ـ د ه ـ اذن مثل نسبة ـ د ه الى ـ ه ز ـ فنسبة مربع ـ ل د ـ اذن الى مربع ـ د ه ـ مثل نسبة مربع د ه ـ الى مربع ـ ه ز ـ فنسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة دائرة ـ ب ـ الى دائرة ـ ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

وايضا لتكن الدوائر متناسبة على تواليها وليكن خط ـ ز ح يماس دائرتى ـ ج ب ـ على نقطتى ـ ح ط ـ ٠

فنقول انا اذا اخرجنا خط ـ زح ط ـ على استقامته ماس دائرة

(١) الشكل الثالث .



الدوائر المتماسة ص٦

شكل (٣)

دائرة ـ ا ـ ٠

برهان ذلك لنصل خطوط ـ ب ح ـ ح ه ـ ه ط ـ ط د ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا موازيا لخط ـ ط ه ـ وهو خط ـ دك ولنصل ـ ط ك ـ ك ل ـ فمن اجل ان خط ـ ك د ـ موازلخط ـ ط ه تكون زاوية ـ ك د ل ـ مساوية لزاوية ـ ط ه د ـ وزاوية ط ه د ـ قائمة وهى مساوية لزاوية ـ ط دك ـ لأن خطى ـ ك د ط ه ـ متوازيان وزاوية ـ دك ل ـ قائمة لانها فى نصف دائرة ل ك د ـ فزاوية ـ ط دك ـ اذن مساوية لزاوية ـ دك ل ـ فخط ك ـ اذن مساو لخط ـ د ط ـ ومن اجل ان المثلثات متشابهة على ما تبين فيما تقدم تكون نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ه ـ مثل نسبة ـ ح ه الى ـ ه ط ـ ومثل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ فنسبة ـ زح ـ اذن الى ـ م ط ـ مثل نسبة ـ زح ـ الى ـ ه ط ـ مثناة ولكن نسبة ـ زح الى ـ ه ط ـ مثل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ دك ـ ونسبة ـ زح ـ الى ـ ح ه كنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ فنسبة ـ ه ط ـ اذن الى ـ ط د كنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ مثناة فنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط د ـ مثل نسبة ـ ط د ـ الى ـ دك ـ وهى تحيط بزوايا متساوية فمثلث ـ ك د ط ـ مشابه لمثلث ـ د ط ه ـ وزاوية ـ دك ط ـ مساوية لزاوية د ط ه ـ وقد كانت زاوية ـ ح ط ه ـ مساوية لزاوية ـ ط د ه فزاوية ـ ح ط ه ـ اذن مساوية لزاوية ـ ط ك د ـ ومن اجل ان

زاويتى ـ ك ط ح ـ ط ح ه ـ معادلتين لقائمتين وزاوية ـ ك د ط مساوية لزاوية ـ ط ح ه ـ تكون زوايا ـ د ب ه ـ د ط ح ـ معادلتين لقائمتين فخط ـ ك ط ـ على استقامة خط ـ ه ز ـ وايضا من اجل ان زاوية ـ ط ك د ـ مساوية لزاوية ـ دل ك ـ يكون خط ـ زك ـ مماسا لدائرة ـ ا ـ لقلت ما قيل فى المقالة الثالثة من كتاب اوقليدس الموسوم بالاسطقسات وقد يحصل لنا معما بينا انه اذا كان دائرتان تماسان من خارجهما وما بينهما جميعا خط واحد كخط ـ ط ك ـ فان الخط المماس يكون وسطا بين قطرى الدائرتين على توالى النسبة وذلك انه يتشابه المثلثات تكون نسبة ـ ل د ـ الى ـ ك ط ـ كنسبة ـ ك ط الى ـ د ه (١) .

اذا كانت دوائر متتالية مراكزها على خط واحد مستقيم واخرج ذلك الخط وفرض على المخرج منه نقطة ما، واخرج منها خط مستقيم يماس الدوائر فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسب مربعات الخطوط التى يماسها بعضها الى بعض .

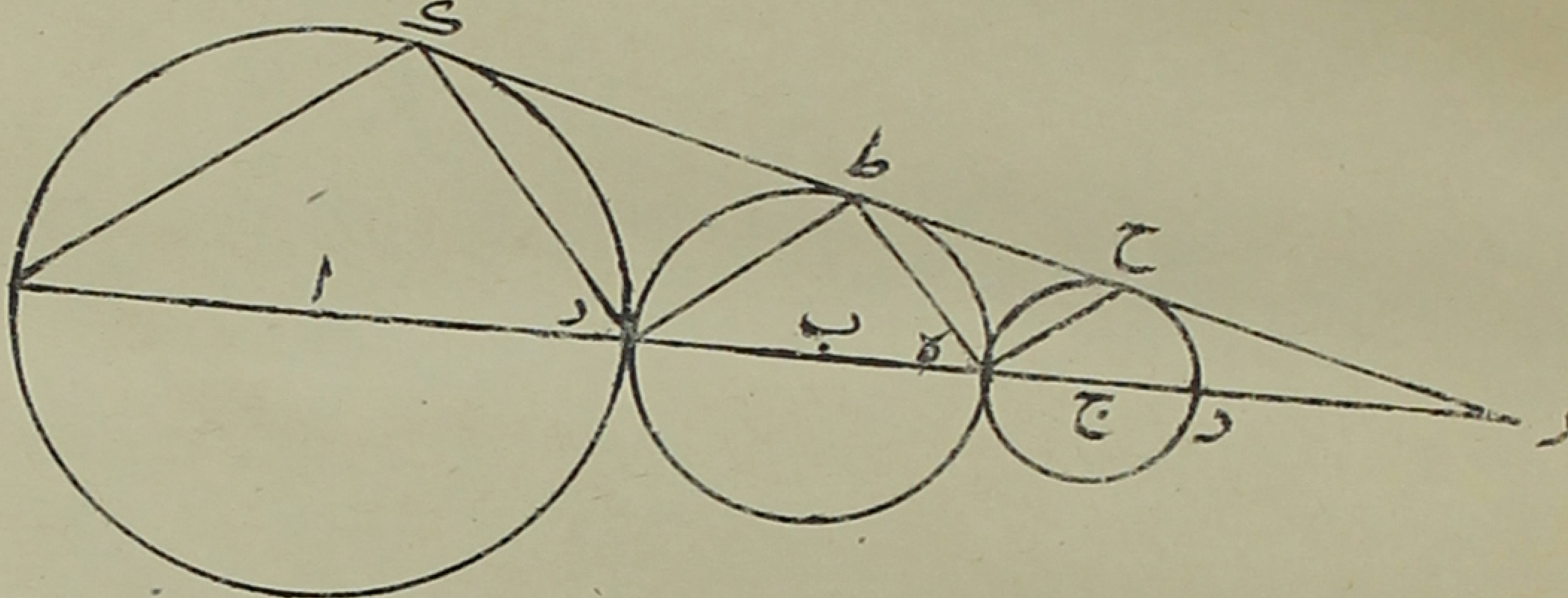
مثال ذلك لنفرض دائرتين على مركزى ـ ا ب ـ وليكن مركزا ـ ا ب ـ على خط واحد مستقيم وليخرج خط ـ ا ب ـ وليتعلم على دائرة ـ ب ـ نقطة ـ ه ـ ويخرج خطا يلقى خط ـ ا ب ـ ويماس دائرة ـ ب ـ على ـ ه ـ ودائرة ـ ا ـ على ـ ز .

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ مثل نسبة المربع

الذي

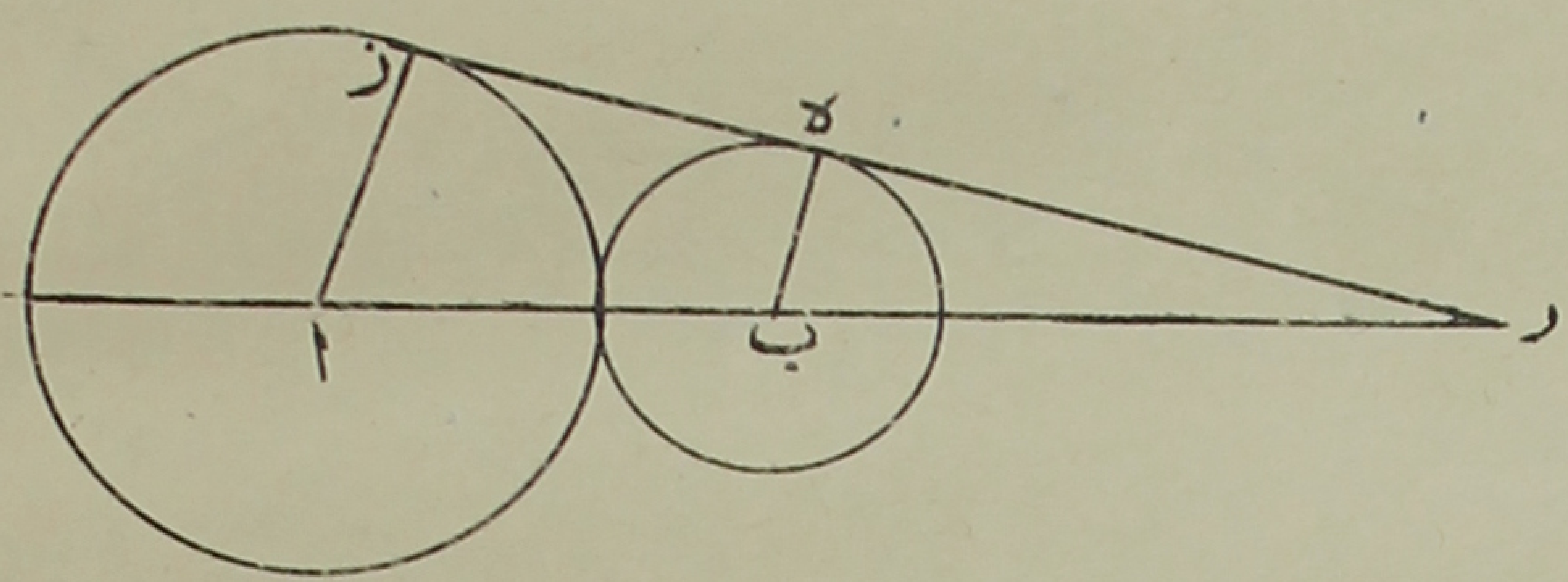
---

(١) الشكل الرابع .



الدوائر المتماسة ص ٨

شكل (٣)



الدوائر المتماسة ص ٩
شكل (٥)

الذى يكون من خط ـ ز د ـ المماس الى المربع الذى يكون من خط ه د ـ المماس .

برهانه لنصل ـ ز ا ه ب ـ فمن اجل ان كل واحدة من زاويتى ا ز د ـ ب ه د ـ قائمة يكون خط ـ ز ا ـ موازيا لخط ـ ه ب ـ فنسبة ز ا ـ الى ـ ه ب ـ اعنى نسبة قطر دائرة ـ ا ـ الى قطر دائرة ـ ب كنسبة ـ ز د ـ المماس الى ـ د ه ـ المماس فنسبة مربع قطر دائرة ـ ا الى مربع قطر دائرة ـ ب ـ اعنى نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب كنسبة مربع خط ـ ز د ـ المماس الى مربع خط ـ د ه ـ المماس وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

اذا كانت دوائر متماسة مراكزها على خط واحد وهى متناسبة على تواليها واخرج من مراكزها خطوط تماسها على ترتيب فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسب مربعات الخطوط الذى تماسها بعضها الى بعض فلنفرض دوائر متماسة على مراكز ـ ا ـ ب ـ ج د ـ وليكن مراكز ـ ا ـ ب ـ ج ـ د ـ على خط واحد ولتكن متناسبة على توإليها وليخرج من خط ـ ا ـ ب ـ ج د ـ خطوط تماس دوائر ـ ا ـ ب ـ ج ـ د ـ على ترتيب وهى خطوط ـ ب ط ج ك ـ د ـ ل .

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب كنسبة مربع خط ب ط ـ الى مربع خط ـ ح ك ـ ونسبة دائرة ـ ب ـ الى دائرة ـ ج

---

(١) الشكل الخامس .

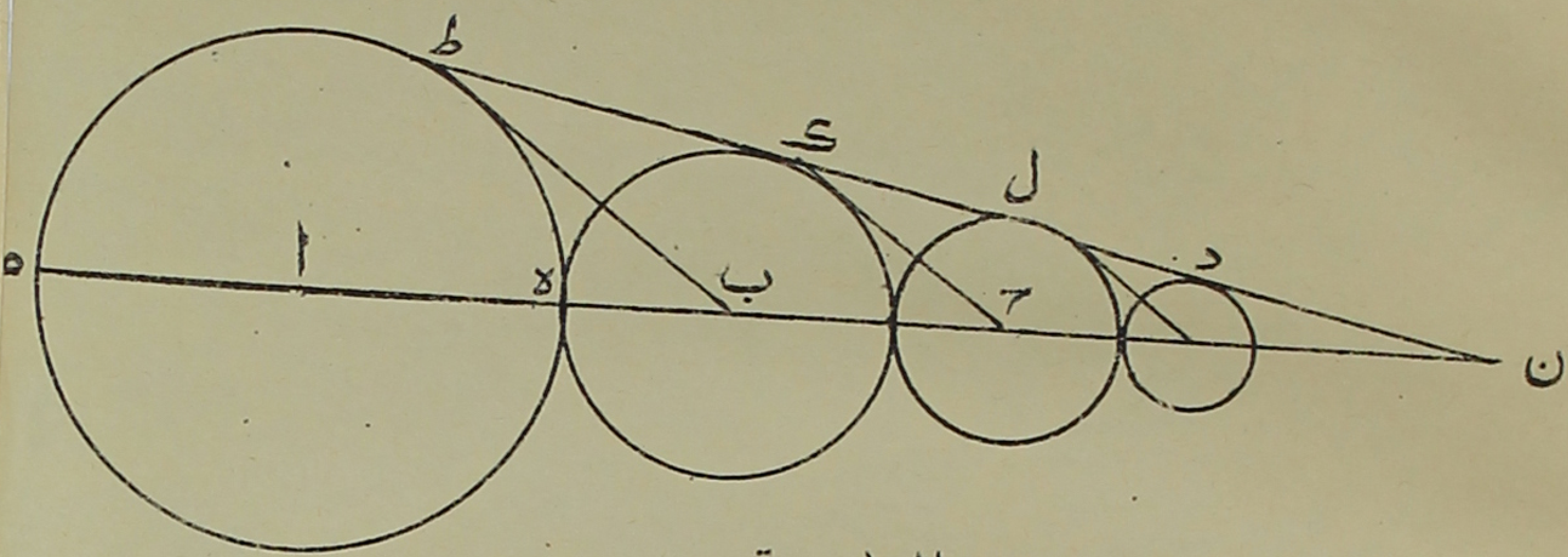
كنسبة مربع خط ـ ج ك ـ الى مربع خط ـ د ل ٠

برهان ذلك من اجل ان الدوائر متناسبة على تواليها تكون نسبة قطر ـ م ه ـ الى ـ ه ز ـ مثل نسبة ـ ه ز ـ الى ـ زح ـ اعنى مثل نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ج ـ فاذا بدلنا تكون نسبة ـ م ه ـ الى ـ ه ب كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ج ـ واذا ركبنا تكون نسبة ـ م ب ـ الى ب ه ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ب ـ ولكن خط ـ ب ط ـ هو متوسط بين خطى ـ م ب ـ ن ه ـ وخط ـ ك ج ـ متوسط بين خطى ـ ه ج ـ ج ز ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ب ه ـ اذن كنسبة ك ج ـ الى ـ ج ز ـ واذا بدلنا تكون نسبة ـ ب ط ـ الى ـ ك ج كنسبة ـ ه ب ـ الى ـ ز ج ـ ونسبة ـ ه ب ـ الى ـ ز ج ـ كنسبة م ه ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ك ج ـ اذن كنسبة قطر ـ م ه الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ مربع ـ م ه ـ الى مربع ـ ه ز ـ اعنى نسبة دائرة ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مربع ـ ط ب ـ الى مربع ـ ك ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين ٠

وقد يحصل لنا من هاهنا ان نعلم ان خطوط ـ ط ب ـ ك ج ل د ـ متناسبة على تواليها متوازية وعلم ذلك سهل ولقرب مأخذه اذا وصلنا بين النقط المماسة وبين المراكز فانه تحدث لنا مثلثات قائمة الزوايا متشابهة فى الخلقة والوضع (١) ٠

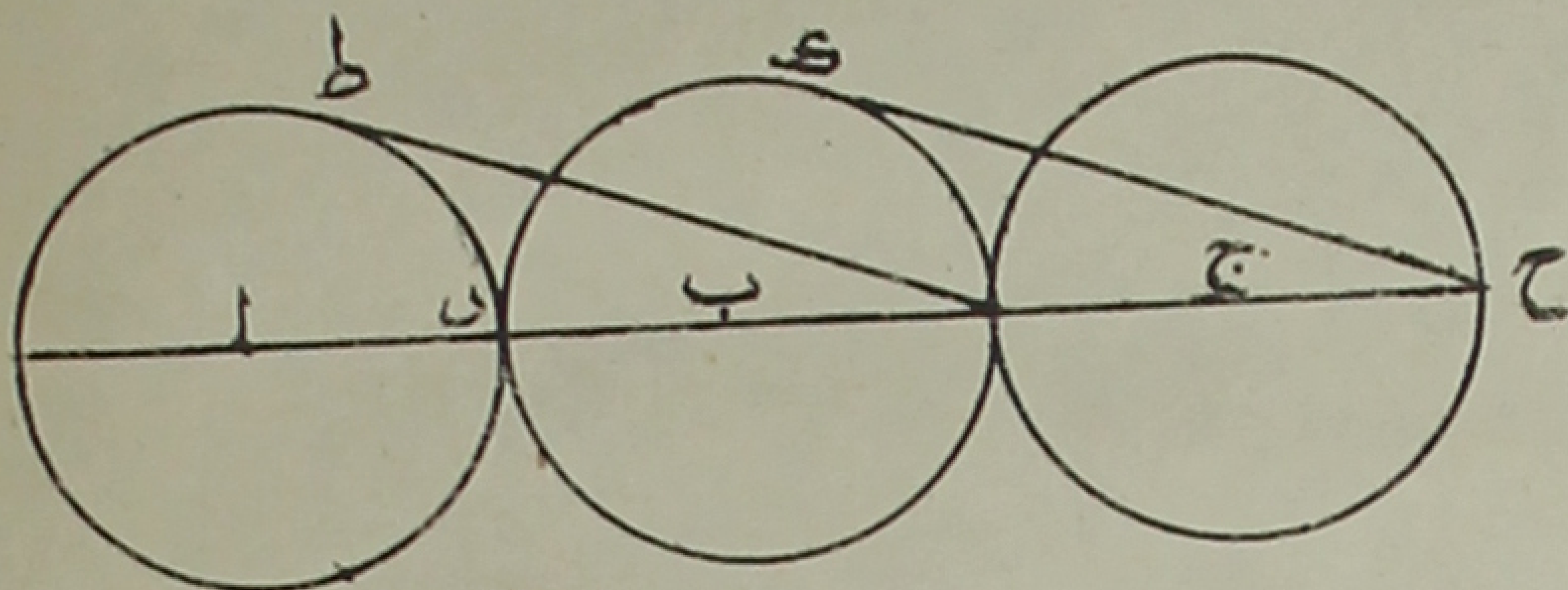
واقول ان هذا بعينه يعرض اذا اخرجت الخطوط المماسة من اطراف

(١) الشكل السادس ٠



الدوائر المتماسة ص١٠

شكل (٦)



الدوائر المتماسة ص ١١

شكل (٧)

(١) الشكل السادس .

اطراف الاقطار لا من المراكز كالذى هو مرسوم فى هذه الصورة

برهان ذلك من اجل ان نسبة قطر ـ م ه ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ه ز ـ الى ـ ز ح ـ فانا اذا ركبنا تكون نسبة ـ م ز ـ الى ـ ز ه مثل نسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح ز ـ ولكن خط ـ ز ط ـ هو موسط بين خطى ـ م ز ـ ز ه ـ وخط ـ ك ج ـ هو موسط بين خطى ـ ه ح ح ز ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ك ح ـ مثل نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ح اعنى كنسبة ـ م ه ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة مربع ـ م ه ـ الى مربع ـ ه ز اعنى نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مربع خط ـ ط ز المماس الى مربع ـ ك ح ـ المماس ٠

وقد تبين ايضا مما تقدم ان هذه الخطوط المماسة متوازية متناسبة على تواليها كما كانت (١) ٠

اذا كانت دوائر تتماس من داخل على نقطة واحدة كانت متناسبة على توإليها واخرج من اطراف اقطارها خطوط تماسها على ترتيب فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسبة مربعات الخطوط التى تماسها بعضها الى بعض ٠

مثال ذلك لنفرض دوائر على اقطار ـ ا ب ـ ا ج ـ ا د ولتكن متناسبة على توإليها ، ليماس بعضها بعضا على نقطة ـ ا ـ ولنخرج من نقطتى ـ ج ـ د ـ خطين يماسان الدوائر وهما خطا ـ ح ه ـ د ز ٠ فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ه ب ـ الى دائرة ـ ا ز ج ـ كنسبة

---

(١) الشكل السابع

مربع خط ـ ه ج ـ المماس الى مربع خط ـ ز د ـ المماس ٠

برهان ذلك من اجل ان نسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ج ا ـ الى ـ ا ب ـ فانا اذا فصلنا وبدلنا كما بينا فيما تقدم تكون نسبة ز د ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ب ـ فنسبة مربع ـ ز د اذن ـ الى مربع ـ ه ج ـ كنسبة مربع ـ ج ا ـ الى مربع ـ ا ب اعنى مثل نسبة دائرة ـ ج ز ا ـ الى دائرة ـ ب ه ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

وبالجملة فانه اذا كانت دوائر تماسها خطوط وتحيط مع الخطوط المخرجة على مراكزها زوايا متساوية فان نسب الدوائر بعضها الى بعض كنسبة الخطوط المماسة بعضها الى بعض ٠

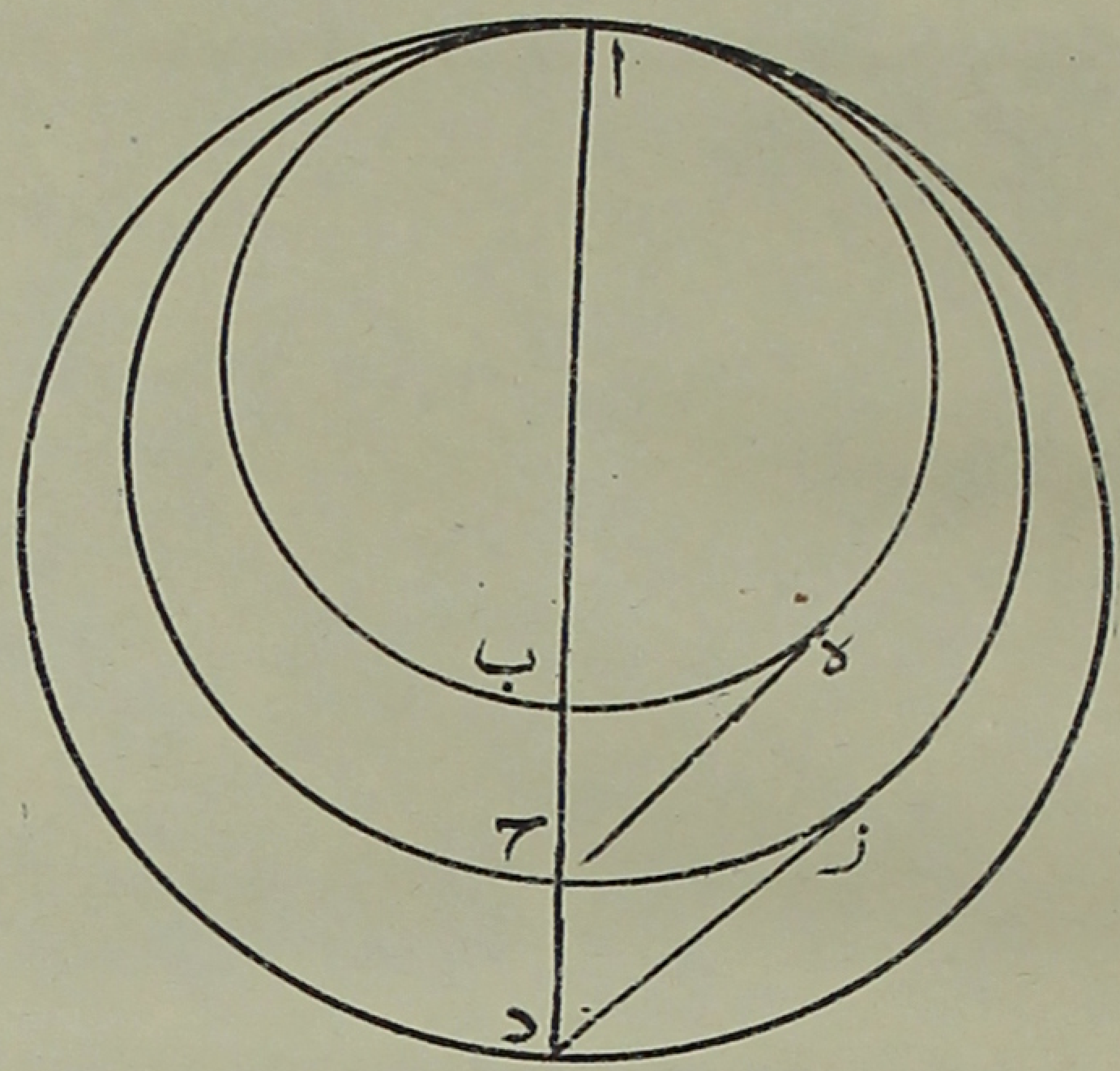
مثاله لنفرض دائرتين على مركزى ـ ا ب ـ ولنخرج على المركزين خطى ـ ا ج ـ ب د ـ ولنخرج ـ ج ه ـ تماس دائرة ـ ا و ـ د ز ـ تماس دائرة ـ ب ـ ولتكن زاوية ـ ا ج ه ـ مساوية لزاوية ـ ب د ز ـ ٠

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مربع خط ـ ح ه ـ المماس الى مربع خط ـ د ز ـ المماس ٠

برهان ذلك من اجل ان مثلثى ـ ا ه ج ـ ب ز د ـ القائمى الزاوية متشابهان فان نسبة ـ ه ج ـ الى ـ ز د ـ مثل نسبة ـ ه ا الى ـ ز ك ـ فنسبة مربع ـ ه ج ـ الى مربع ـ ز د ـ كنسبة مربع

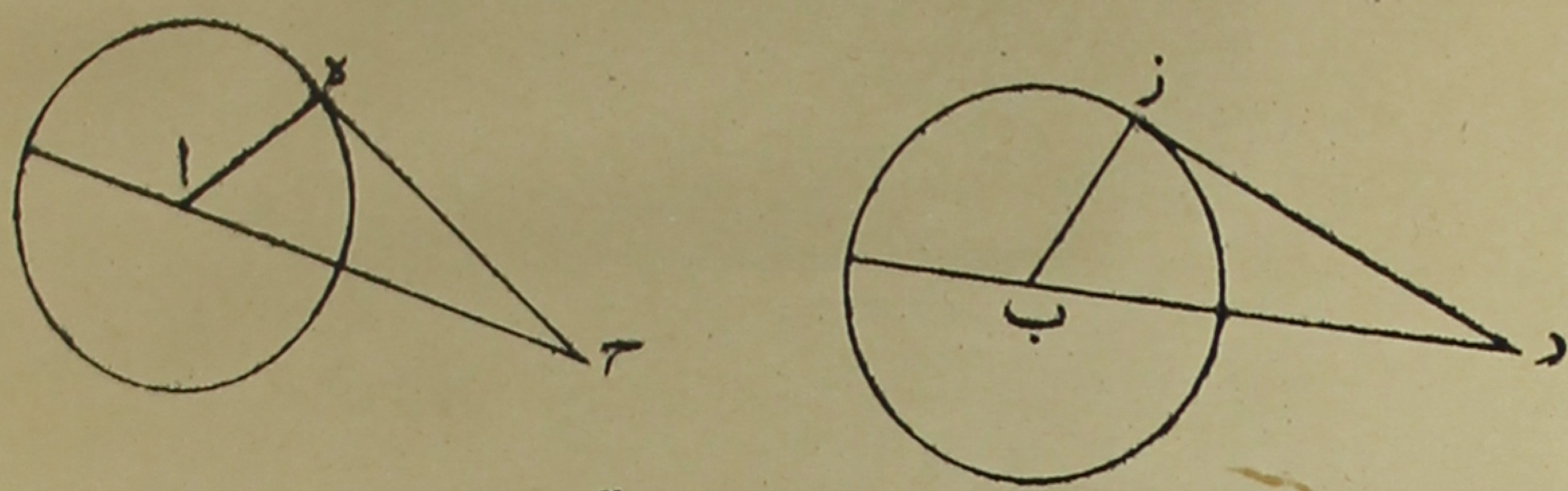
خط

(١) الشكل الثامن ٠



الدوائر المتماسة ص ١٢

شكل (٨)



الدوائر المتماسة ص٣
شكل (٩)

خط ــ ه ا ــ الى مربع خط ــ ز ب ــ اعنى نسبة قطر دائرة ــ ا ــ الى قطر دائرة ــ ب ــ اعنى مثل نسبة دائرة ــ ا ــ الى دائرة ــ ب ــ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

اذا كان دائرتان تماسان واخرج من طرفى الخط الذى يمر على مركزيهما وعلى النقطة المماسة خطان متباد لان يتقاطعان وتماس الدائرتين فان نسبة الدائرة الى الدائرة مثل نسبة الخطين المتبادلين المتقاطعين اللذين يماسانهما مثناة •

مثال ذلك لنفرض دائرتين على مركزى ــ ا ب ــ وليتماسا على نقطة ــ ج ــ ولنخرج الخط الذى يمر على مركزيهما وهو خط د ج ه ــ وليخرج من نقطتى ــ د ه ــ خطان يتقاطعان ويماسان الدائرتين على نقطتى ــ ز ح •

فاقول ان نسبة دائرة ــ ا ــ الى دائرة ــ ب ــ كنسبة خط د ح ــ المماس الى خط ــ ه ز ــ المماس مثناة •

برهان ذلك من اجل ان نسبة دائرة ــ ا ــ الى دائرة ــ ب مثل نسبة قطر ــ د ج ــ الى قطر ــ ج ه ــ مثناة و نسبة قطر ــ د ج الى قطر ــ ج ه ــ مثناة و نسبة قطر ــ د ج ــ الى قطر ــ ج ه ــ مثل نسبة مسطح ــ ه د ــ فى ــ د ج ــ الى مسطح ــ د ه ــ فى ــ ه ج ــ تكون نسبة دائرة ــ ا ــ الى دائرة ــ ب ــ كنسبة مسطح ــ ه د ــ فى ــ د ج الى مسطح ــ د ه ــ فى ــ ه ج ــ مثناة اعنى مثل نسبة مربع ــ د ح

---

(١) الشكل التاسع

المماس الى مربع ـ ه ز ـ المماس وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

اذا كانت دائرة واخرج من احد طرفى قطرها خط يماسها واخرج من طرفه الآخر خط يقطع الدائرة ويلقى الخط المماس فان مسطح الخط القاطع فى قسمه الذى فى داخل الدائرة مسا ولمربع القطر فلنفرض دائرة قطرها ـ ا ب ـ ولنخرج من نقطة ـ ا ـ خطا يماسها وهو خط ـ ا ج ـ ولنوصل ـ ب د ج ـ •

فاقول ان مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مسا ولمربع ـ ا ب •

برهان ذلك لنصل ـ ا ب ـ فمن اجل ان مثلث ـ ج د ا القائم الزاوية مشابه لمثلث ـ ا ب د ـ القائم الزاوية تكون نسبة ج ب ـ الى ـ ب ا ـ مثل نسبة ـ ب ا ـ الى ـ ب د ـ فمسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مثل مربع ـ ا ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) •

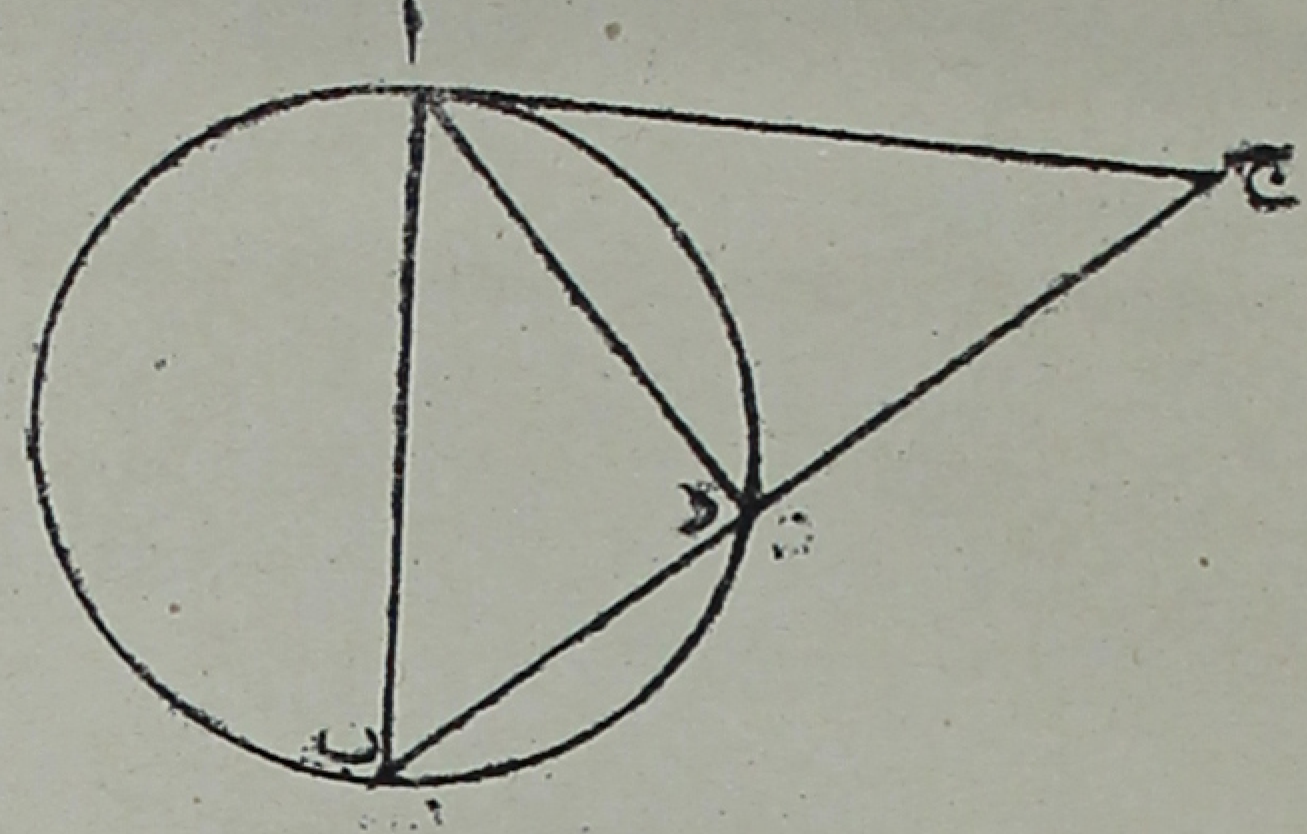
برهان هذا الشكل على جهة اخرى من اجل ان مربع ـ ج ب اعنى مسطح ـ ب ج ـ فى ـ ج د ـ مع مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د مثل مربع ـ ج ا ـ مع مربع ـ ا ب ـ ومسطح ـ ب ج ـ فى ـ ج د مثل مربع ـ ج ا ـ يكون مسطح ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ الباقى مثل مربع ـ ا ب ـ الباقى وذلك ما اردنا ان نبين •

برهان هذا الشكل على جهة اخرى من اجل ان مسطح ج د ـ فى ـ ب د ـ مسا ولمربع ـ ا د ـ فانا نجعل مربع ـ د ب مشتركا فيكون مربعا ـ ا د ـ د ب ـ اعنى مربع ـ ا ب ـ مسا وللمسطح

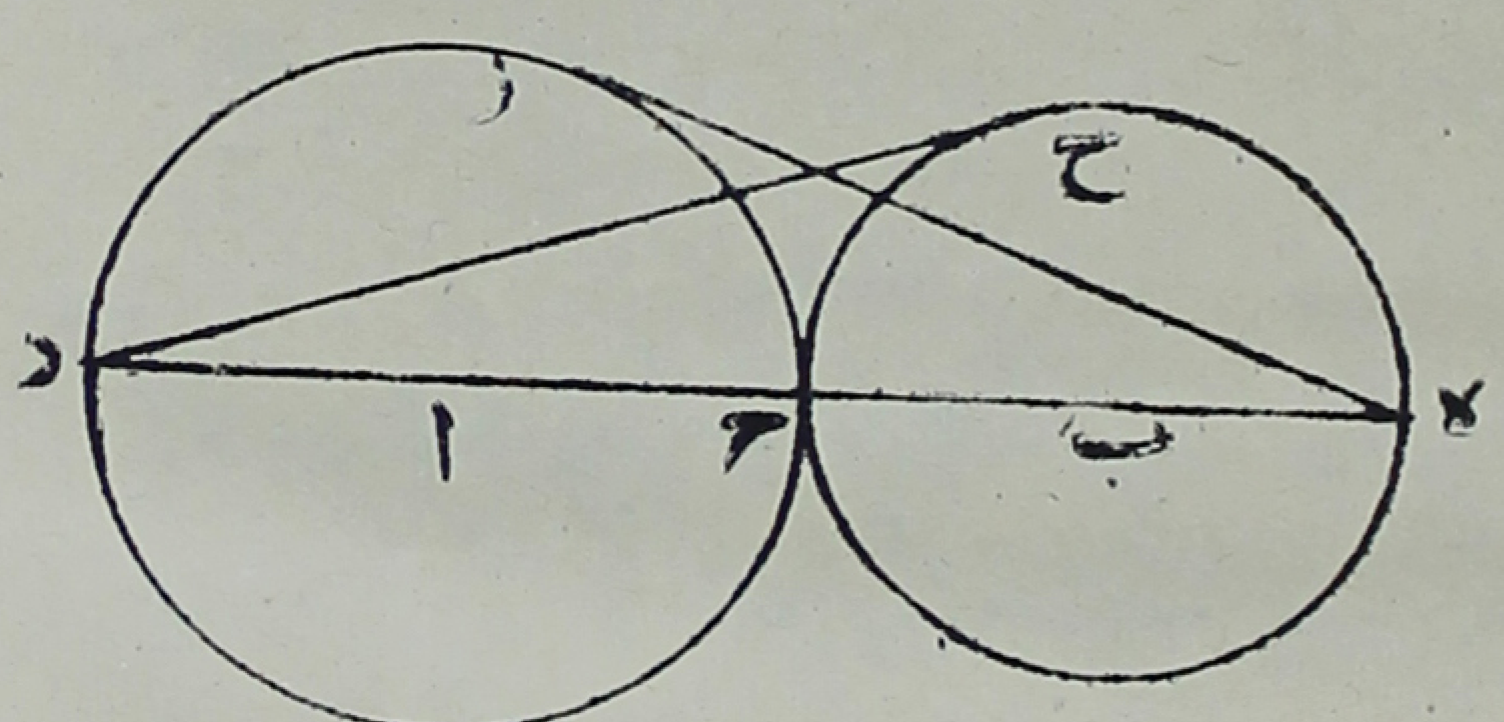
---

(١) الشكل العاشر (٢) الشكل الحادى عشر .

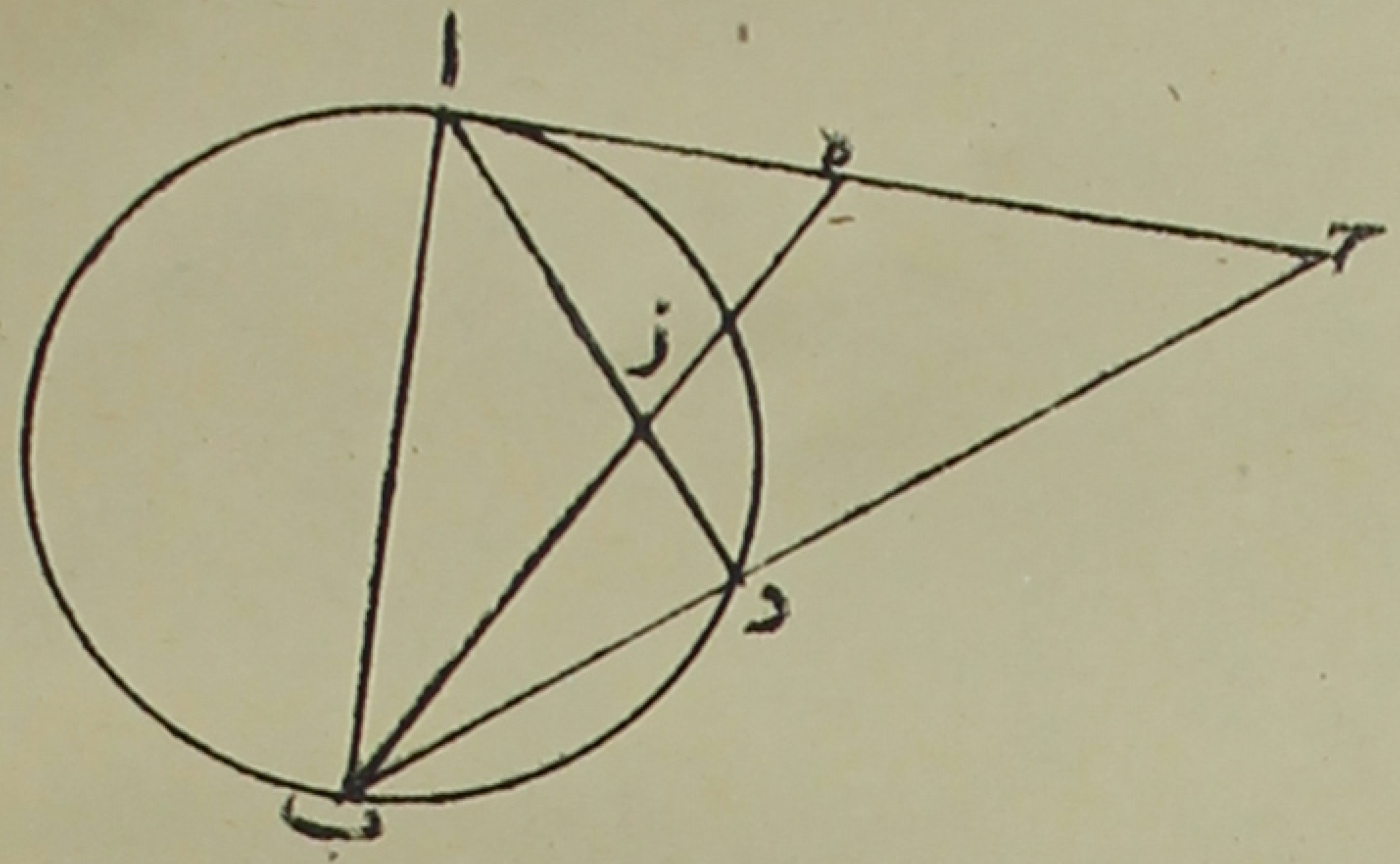
ج د



الدوائر المتماسة ص ١٣
شكل (١٠)



الدوائر المتماسة ص ١٣
شكل (١١)



الدوائر المتماسة، ص ١٥
شكل (١٢)

ج د ـ فى ـ د ب ـ مع مربع ـ د ب ـ اعنى مسطح ـ ج ب ـ فى ب د ـ وذلك ما اردنا ان نبين ٠

وكذلك ايضا اذا اخرجنا خطوطا كم كانت مثل ـ ه ز ب يكون مسطح الخط كله فى قسمه الذى يقع داخل الدائرة مساويا لمربع قطرها وتكون السطوح التى يحيط بها كل واحد من الخطوط المخرجة مع قسمه الذى يقع داخل الدائرة متساوية ٠

اذا ماس خط دائرة من طرف قطرها وفرضت عليه نقطة ما واخرج منها خط آخر يماس الدائرة فان مسطح احد قسمى الخط المماس فى الآخر مثل مسطح الخط الذى يمر بالمركز كله فى قسمه الذى من مركز الدائرة الى محيطها ومسطح الخط المماس كله فى قسمه الذى بين نقطة الالتقاء والنقطة المماسة مساو لمسطح الخط الذى يمر على المركز فى قسمه الذى بين نقطة الالتقاء ومركز الدائرة (١) ٠

مثاله لنفرض دائرة على مركز ـ ا ـ وقطرها ـ ب ج ـ ولنخرج من نقطة ـ ب ـ خطا مماسها وهو خط ـ ب د ـ ولنفرض على خط ـ ب د ـ نقطة ما كيف ما وقعت وهى نقطة ـ د ـ ونخرج منها خطا آخر يماس الدائرة على نقطة ـ ه ـ وهو خط ـ د ه ز ـ والتى الخط الذى يمر بالمركز على نقطة ـ ز ـ ٠

فاقول ان مسطح ـ د ه ـ فى ـ ه ز ـ مساو لمسطح ـ د ب ـ فى

---

(١) الشكل الثانى عشر .

ب ا ـ وان مسطح ـ د ز ـ فى ـ زه ـ مساو لمسطح ـ ب ز ـ فى ـ زا

برهان ذلك لنصل ـ ا ه ـ فمن اجل ان مثلثى ـ د ب ز ـ ز ه ا زاوية ـ د ب ز ـ القائمة من احدهما مساوية لزاوية ـ زه ا ـ القائمة من الآخر وزاوية ـ د ز ب ـ مشتركة لهما يكونان متشابهين فنسبة د ب ـ الى ـ ب ج ـ اعنى الى ـ د ه ـ مثل نسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ا اعنى الى ـ ب ا ـ فسطح ـ ز ب ـ فى ـ ب ا ـ مساو لمسطح ـ د ه فى ـ ه ز .

واقول ان مسطح ـ د ز ـ فى ز ه ـ مساو لمسطح ـ ب ز فى ـ ز ا .

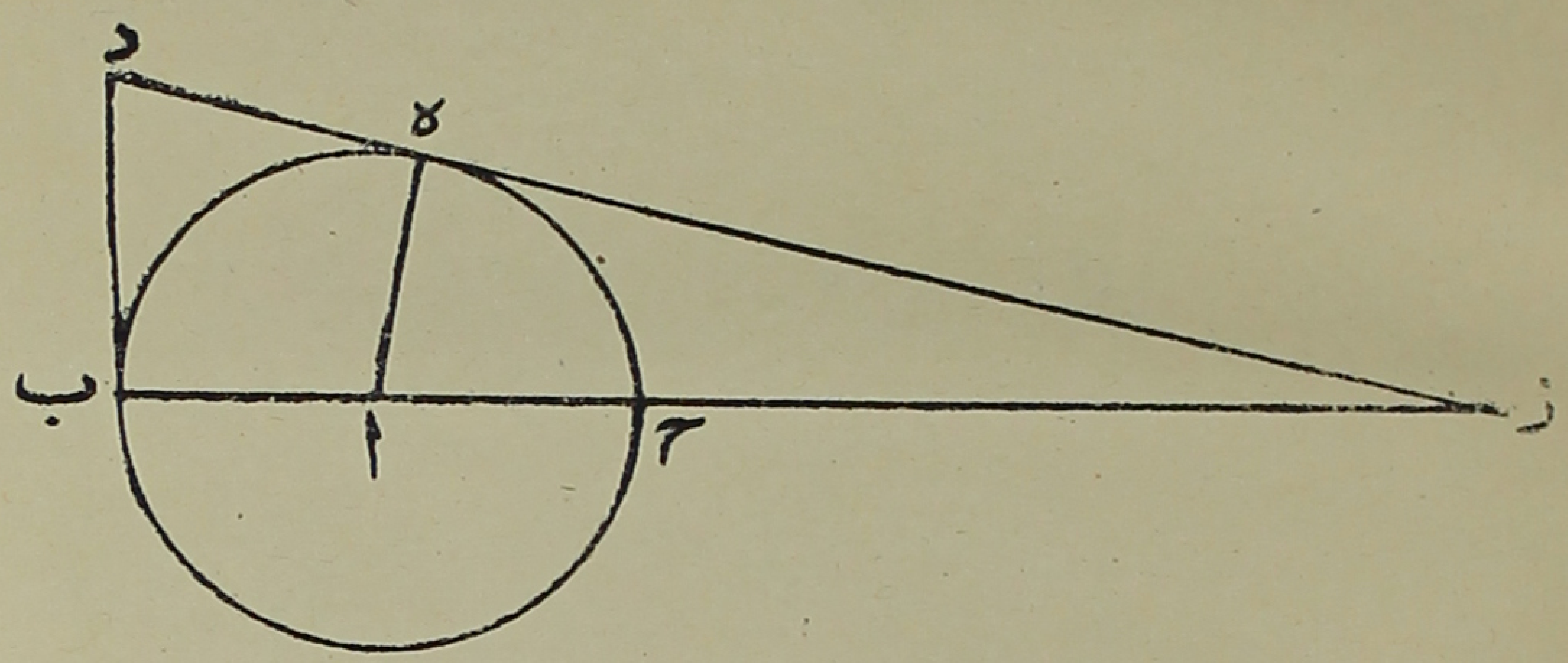
برهان ذلك من اجل ان مثلثى ـ د ب ز ـ زه ا ـ متشابهان تكون نسبة ـ د ز ـ الى ـ زب ـ مثل نسبة ـ ا ز ـ الى زه ـ فسطح د ز ـ فى ـ زه ـ مساو لمسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

فان كان الخط المماس على طرف القطر لا يماس على نقطة ـ ب لكن على نقطة ـ ج ـ مثل خط ـ ج د ـ فان مسطح ـ د ه ـ فى ـ ه ز يكون مساويا لمسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ز ـ ومسطح ـ ه ز ـ فى زد ـ يكون مساويا لمسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ز ـ ومسطح ـ ه ز ـ فى زد ـ يكون مساويا لمسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ز .

---

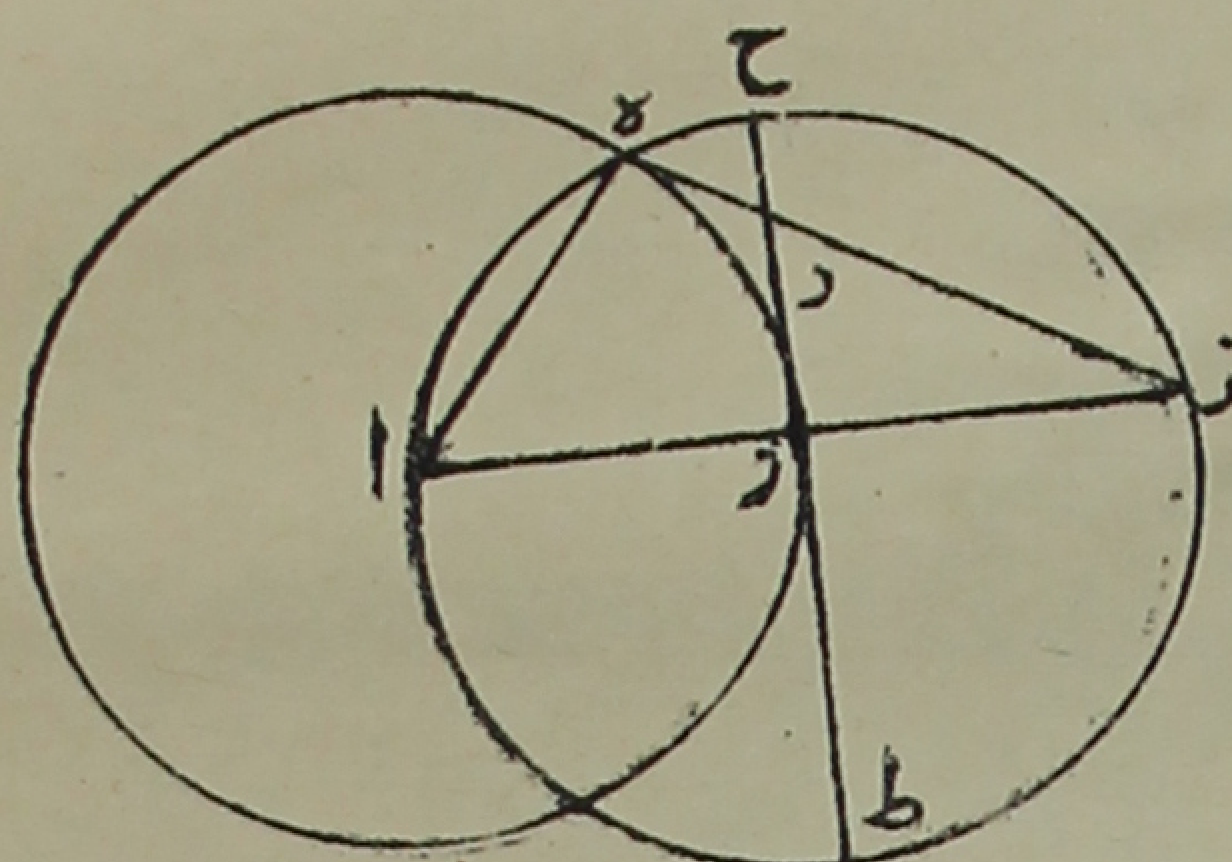
(١) الشكل الثالث عشر .

برهان



الدوائر المتماسة ص١٦

شكل (١٣)



الدوائر المتماسة ص١٧
شكل (١٣)

برهان ذلك من اجل ان مثلثى ـ زه ا ـ زج د ـ متشابهان تكون نسبة ـ زه ـ الى ـ ه ا ـ مثل ـ زج ـ الى ـ ج د ـ اعنى الى ـ ه د ـ فسطح ـ زه ـ فى ـ ه د ـ مسا ولمسطح ـ اج ـ فى ج ز ٠

واقول ان مسطح ـ ه ز ـ فى ـ زد ـ مساولمسطح ـ ا ز ـ فى زج ٠

برهان ذلك من اجل ان المثلثين متشابهان تكون نسبة ـ ه ز الى ز ا ـ مثل نسبة ـ ج ز ـ الى ـ ز د ـ فسطح ـ ه ز ـ فى ـ ز د مساولمسطح ـ ز ا ـ فى ـ ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

برهان هذا الشكل بعمل آخر

نرسم على مثلث ـ ا ز ه ـ القائم الزاوية دائرة ـ زط ـ فيكون خط ـ ا ز ـ قطرها ولنخرج خط ـ ط ج ح ـ فمن اجل ان خط ط ح ـ قد قسم بنصفين على نقطة ـ ج ـ وبقسمين مختلفين على نقطة د ـ يكون سطح ـ ط د ـ فى ـ د ح ـ مع مربع ـ ج د ـ مساويا لمربع ـ ج ح ـ ولكن مسطح ـ ط د ـ فى ـ د ح ـ مساولمسطح ز د ـ فى ـ د ه ـ ومربع ـ ج د ـ مساولمربع ـ ه د ـ فسطح ـ ز د ـ فى ـ د ه ـ مع مربع ـ ه د ـ اعنى مسطح ـ ز ه ـ فى ـ ه د مساولمربع ـ ج ح ـ فمربع ـ ج ح ـ مساولمسطح ـ اج ـ فى ـ ج ز ـ فسطح ـ اج ـ فى ـ ج ز ـ مساولمسطح ـ ز ه ـ فى ـ ه د

---

(١) الشكل الرابع عشر

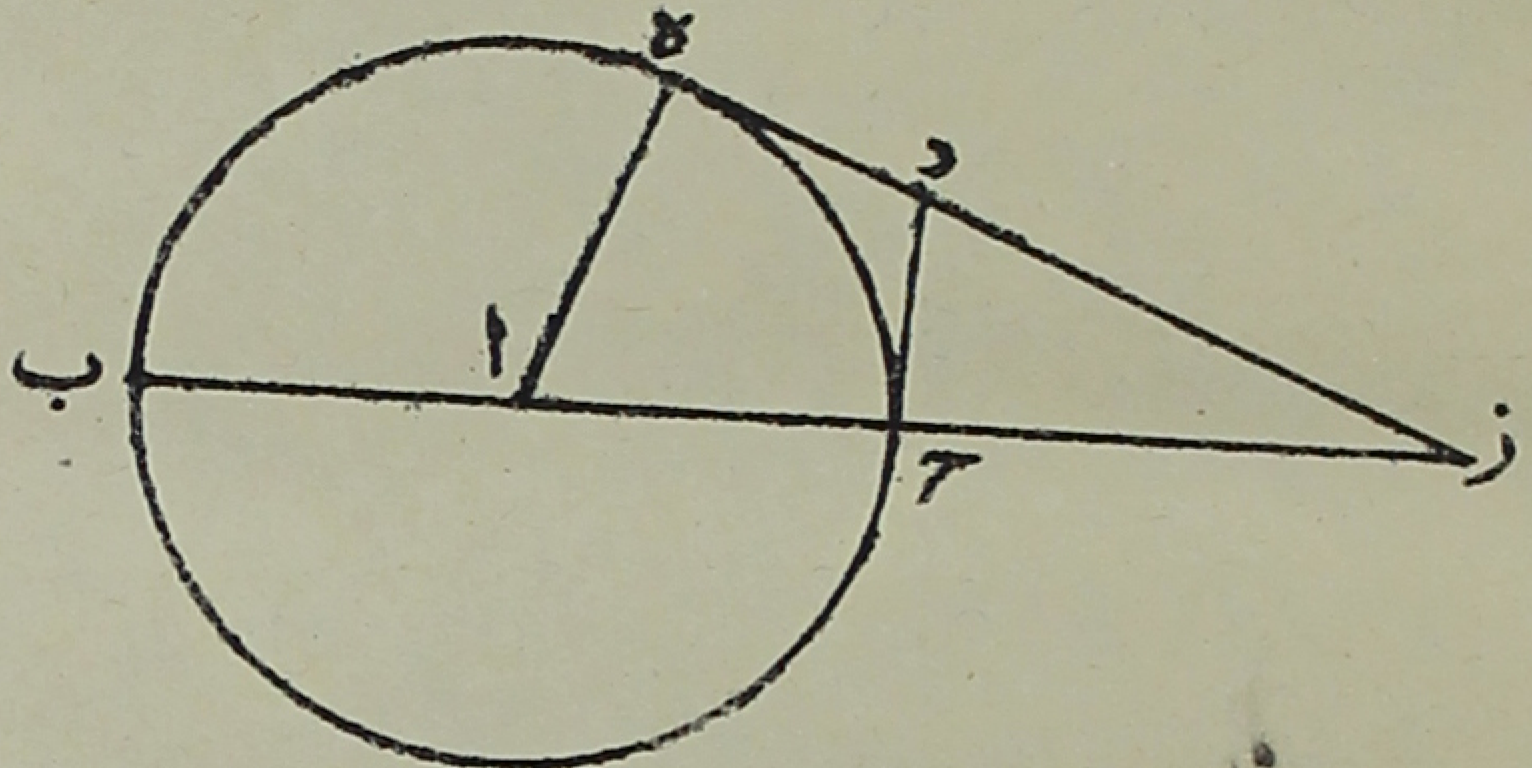
وذلك ما اردنا ان نبين •

وايضا من اجل ان مسطح ـ ح د ـ فى ـ د ط ـ اعنى مسطح ه د ـ فى ـ ز د ـ اقل من ربع ـ ح ج ـ اعنى من مسطح ـ ا ج فى ـ ج ز ـ بمربع ـ ج د ـ ومربع ـ د ز ـ اعظم من مربع ـ ز ج بمثل مربع ـ ح د ـ فان مسطح ـ ه د ـ فى ـ د ز ـ مع مربع ـ ز د اعنى مسطح ـ ه ز ـ فى ـ ه ج ـ مساو لمسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ز ـ مع مربع ـ ه ج ـ اعنى مسطح ـ ا ز ـ فى ـ ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

اذا كان دائرتان تتماسان من داخلهما واخرج خط يماسهما ويحيط مع الخط الذى يجوز على النقطة المماسة ونقطتى المركزين بزاوية قائمة وفرض على الخط الذى يجوز على المركزين نقطة ما واخرج منها خطان آخران يماسان الدائرة ويلتقيان الخط الآخر المماس فان نسبة الدائرة العظمى الى الدائرة الصغرى مثل نسبة السطح الذى يحيط به قسما الخط الذى يماس الدائرة العظمى الى السطح الذى يحيط به قسما الخط الذى يماس الدائرة الصغرى مثناة •

مثاله لنفرض الدائرة التى على مركز ـ ا ـ يماس الدائرة التى على مركز ـ ب ـ من داخل على نقطة ـ ج ـ ونخرج على النقطة المماسة والمركزين خط ـ ج د ه ز ـ فقطر دائرة ـ ا ـ خط ـ ج د و ـ قطر دائرة ـ ب ـ خط ـ ج ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ز ـ خطى

(١) الشكل الخامس عشر



الدوائر المتماسة ص ١٨

شكل (١٥)

زح ط ـ زك ل ـ يماسان الدائرتين على نقطى ـ ح ك ٠

فاقول ان نسبة دائرة ـ ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة مسطح زح ـ فى ـ ح ط ـ الى مسطح ـ ز ك ـ فى ـ ك ل ـ مثناة ٠

برهان ذلك من اجل ان نسبة خط ـ ج ا ـ الى ـ ج ب كنسبة مسطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ا ـ الى مسطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ب ـ ومسطح ـ ز ج ـ فى ـ ج ا ـ مساو لمسطح ـ زك ـ فى ـ ك ل ـ كما بينا فى الشكل الذى قبل هذا تكون نسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ب مثل نسبة مسطح ـ زح ـ فى ـ ج ط ـ الى مسطح ـ زك ـ فى ـ ك ل ـ ولكن نسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة مثلى ـ ج ا ـ الى مثلى ـ ج ب ـ اعنى مثل نسبة قطر ـ ج د ـ الى قطر ـ ج ه ـ فتكون نسبة قطر ـ ج د ـ الى قطر ـ ج ه ـ كنسبة مسطح ـ زح ـ فى ـ ح ط ـ الى مسطح ـ زك ـ فى ـ ك ل ـ و نسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ج ه ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ ج ه ـ مثناة و نسب مربعات اقطار الدوائر بعضها الى بعض كنسب الدوائر بعضها الى بعض فنسبة دائرة ا ـ الى دائرة ـ ب ـ كنسبة قطر ـ ج د ـ الى قطر ج ه ـ مثناة اعنى مثل نسبة مسطح ـ زح ـ فى ـ ح ط ـ الى مسطح ـ زك ـ فى ك د ـ مثناة وذلك ما اردنا ان نبين ٠

اذا كان دائرتان غير متقاطعتين مركزاهما على خط واحد واخرج من مركزيهما خطان متقاطعان يماسان الدائرتين فان مسطح

قسمى احد الخطين المماسين مسا و لمسطح قسمى الخط الآخر الماس

مثاله لنفرض دائرتين غير متقاطعتين ومركزاهما وهما نقطتا اب ـ على خط واحد وهو ـ اب ـ ولنخرج من مركزى ـ اب خطى ـ اج ـ ب د ـ يماسان الدائرتين على نقطتى ـ د ج ـ ويتقاطعان على نقطة ـ ه .

فاقول ان مسطح ـ اه ـ فى ـ ه ج ـ مسا و لمسطح ـ ب ه فى ـ ه د ـ .

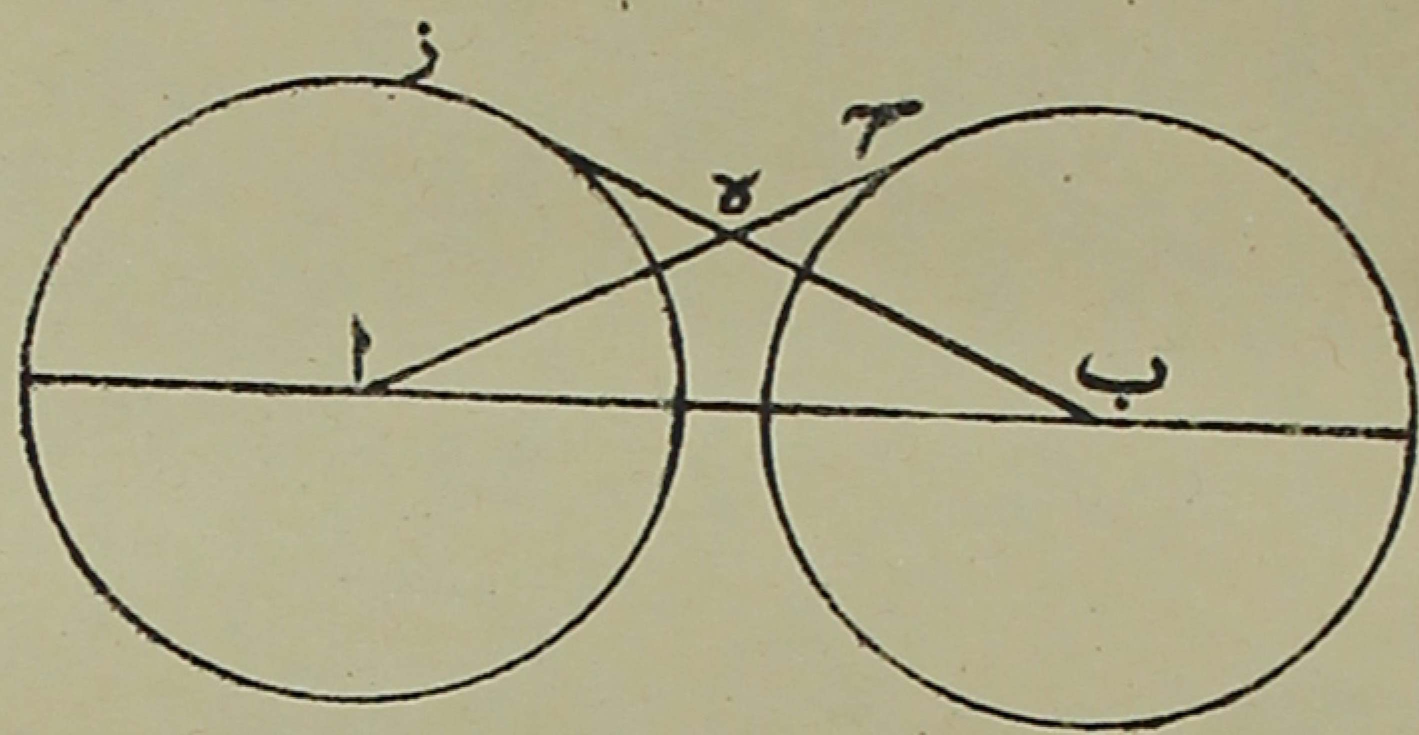
برهان ذلك انا نصل ـ د ا ـ ج ب ـ فمن اجل ان مثلثى ـ ا ده ب ج ه ـ القائمى الزوايا متشابهان تكون نسبة ـ ه ا ـ الى ه د ـ مثل نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ج ـ فمسطح ـ اه ـ فى ـ ه ج ـ مساو لمسطح ز ه ـ فى ـ ه د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

برهان هذا الشكل بعمل آخر من اجل ان كل واحدة من زاويتى ـ ا د ب ـ ا ج ب ـ قائمة ومثلثا ـ ا د ب ـ ا ج ب ـ على خط واحد وهو خط ـ اب ـ فان مثلثى ـ ا د ب ـ ا ج ب ـ هما فى نصف دائرة فلنرسم عليها نصف دائرة ـ ا د ج ب ـ فمن اجل ان خطى ـ اه ج ـ ب ه د ـ يتقاطعان فى دائرة على نقطة ـ ه ـ يكون مسطح ـ اه ـ فى ـ ه ج ـ مساويا لمسطح ـ ب ه ـ فى ـ ه د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) .

---

(١) الشكل السادس عشر (٢) الشكل السابع عشر والثامن عشر .

اذا



الدوائر المتماسة ص٢٠

شكل (١٦)

اذا كان خطان يماسان دائرة واحدة واخرج الخط الذى يمر بالنقطة المماسة على استقامة وفرضت عليه نقطة ما واخرج من النقطة المفروضة خط يماس الدائرة ويقطع احد الخطين المماسين وينتهى الى الآخر فان نسبة الخط المخرج كله الى قسمه الذى يقع خارج الخطين المماسين كنسبة قسميه اللذين يقعان بين الخطين المماسين اللذين تفصلهما النقطة المماسة الاعظم منهما عند الاصغر .

فلنفرض خطى ـ اب ـ اج ـ يماسان دائرة ـ ب ج ـ على نقطتى ـ ب ج ـ ولنصل خط ـ ب ج ـ ولنخرجه على استقامة ولنفرض على المخرج منه نقطة ـ د ـ ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا آخر يماس الدائرة وهو خط ـ ده زح ـ ولتكن المماسة على نقطة ـ ز

فاقول ان نسبة ـ ح د ـ الى ـ ده ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ز ه ـ .

برهان ذلك انه ليس يخلو من ان يكون خطا ـ اب ـ اج متوازيين او غير متوازيين فلنفرضهما اولا متوازيين فتكون زاوية ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ج ه د ـ ويكون مثلث ـ ج ه د ـ فنسبة ح د ـ الى ـ ده ـ مثل نسبة ـ ح ب ـ الى ـ ه ج ـ ولكن خط ح ز ـ مساو لخط ـ ح ب ـ لأنهما يماسان الدائرة من نقطة واحدة وهى ـ ح ـ وكذلك ايضا خط ـ ه ز ـ مساو لخط ـ ه ح ـ فنسبة ح د ـ الى ـ ده ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ زه ـ وان لم يكونا متوازيين

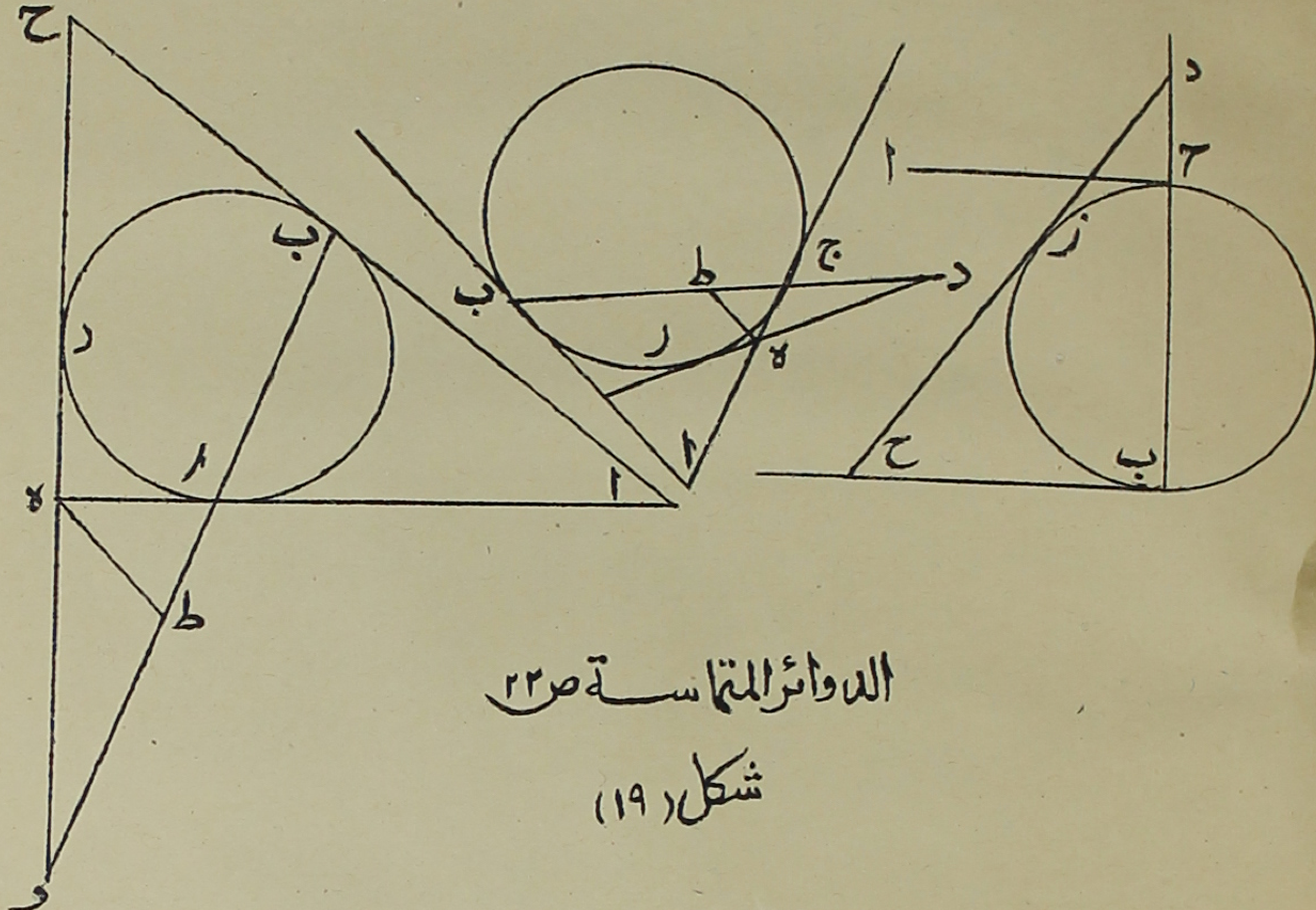
فيلقيان على نقطة ــ ا ــ ولنخرج من نقطة ــ ه ــ خطا موازيا لخط
اب ــ وهو خط ــ ه ط ــ فمن اجل ان خطى ــ اب ــ ا ج ــ يماسان
الدائرة يكونان متساويين فزاوية ــ ا ج ب ــ مساوية لزاوية ــ ا
ب ج ــ ولكن زاوية ــ ه ط ج ــ مساوية لزاوية ــ اب ج ــ
لموازاة الخطين فزاوية ــ ه ط ج ــ مساوية لزاوية ــ ه ج ط ــ فخط
ه ط ــ مساو لخط ــ ه ج ــ وايضا من اجل ان نسبة ــ ح د ــ الى
د ه ــ كنسبة ــ ح ب ــ الى ــ ه ط ــ اعنى الى ــ ه ج ــ وخط ــ ح ب
مساو لخط ــ ح ز ــ وخط ــ ه ج ــ مساو لخط ــ ه ز ــ تكون نسبة
ح ط ــ الى ــ د ه ــ كنسبة ــ ح ز ــ الى ــ ز ه ــ وذلك ما اردنا ان نبين (١)

اذا كان خط يماس دائرة على طرف قطرها واخرج القطر على
استقامة وفرضت عليه نقطة ما واخرج منها خط آخر يماس الدائرة
ويلقى الخط الذى هو عمود على القطر واخرج من نقطة مماسة طرف
القطر الى الخط المخرج عمود عليه فان نسبة الخط المخرج كله الى
قسمه الذى بين النقطة المفروضة وبين النقطة المماسة مثل نسبة قسمه
الذى بين النقطة الماسة وبين الخط القائم على القطر الى قسمه الذى بين
النقطة المماسة والنقطة التى وقع عليها العمود .

مثال ذلك لنفرض دائرة على مركز ــ ا ــ وليكن قطرها خط
ح ا ط ــ ولنخرج على القطر عمود ايماس الدائرة وهو خط ــ ج ه
ولنخرج خط ــ ج ط ــ ولنفرض على المخرج منه نقطة ما وهى

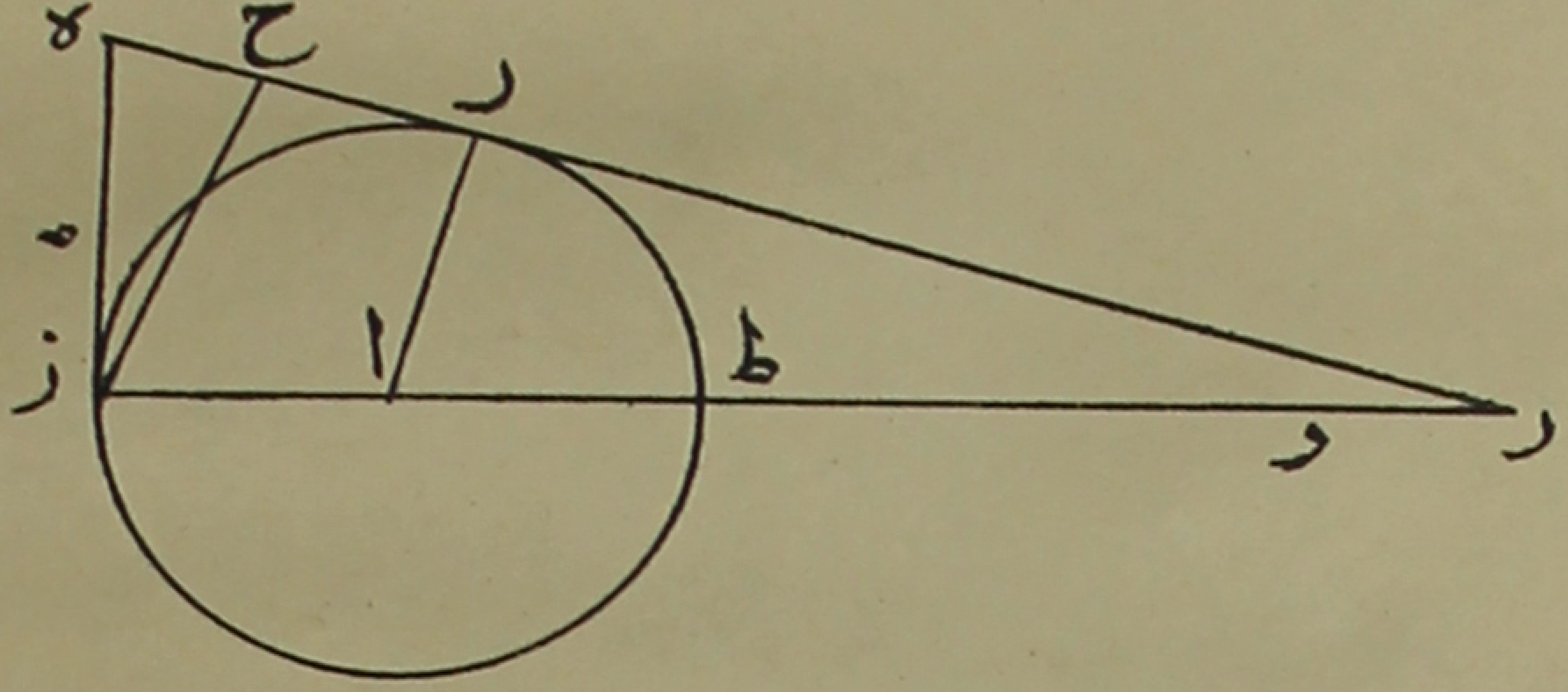
نقطة

(١) الشكل التاسع عشر .



الدوائر المتماسة ص ٢٢

شكل (١٩)



الدوائر المتماسة ص٢٣

شكل (٢٠)

نقطة ـ د ـ ولنخرج من نقطة ـ د ـ خطا يماس الدائرة على نقطة ز ـ وهو خط ـ د ه ـ ولنخرج من نقطة ـ ج ـ عمودا على خط د ه ـ وهو خط ـ ج ح .

فاقول ان نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ح

برهان ذلك لنصل ـ ا ز ـ فمن اجل ان زاوية ـ ا ز د ـ قائمة وزاوية ـ ج ح د ـ قائمة يكون ـ ج ح ـ موازيا لخط ـ ا ز ويكون مثلث ـ د ه ج ـ القائم الزاوية مشابها لمثلث ـ د ا ز القائم الزاوية فنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ اعنى نسبة ـ د ه ـ الى ه ز ـ مثل نسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ز ـ اعنى الى ـ ا ج ـ لكن نسبة د ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ح ـ فنسبة ـ د ه ـ الى ه ز ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ح ـ واذا بدلنا تكون نسبة ـ ه د ـ الى د ز ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ح ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

وقد تبين انا اذا فصلنا تكون نسبة ـ ه ز ـ الى ز د ـ كنسبة ه ح ـ الى ـ ح ز ـ وعلى هذا الوضع اقول ان نسبة ـ ه ز ـ الى ز د ـ كنسبة ـ ا ط ـ الخارج من المركز الى ـ ط د .

برهانه لنصل خطى ـ ه ا ـ ز ط ـ فمن اجل ان خط ـ ج ه مساو لخط ـ ه ز ـ وخط ـ ج ا ـ مساو لخط ـ ا ز ـ والقاعدة واحدة للمثلثين تكون زاوية ـ ج ا ه ـ مساوية لزاوية ـ ز ا ه فزاوية ـ ج ا ز ـ ضعف زاوية ـ ج ا ه ـ وزاوية ـ ج ا ز ـ ضعف

---

(١) الشكل العشرون.

زاوية ـ ح ط ز ـ لان احداهما على المركز والاخرى على المحيط ووترها قوس واحدة فزاوية ـ ج ا ه ـ مساوية لزاوية ـ ح ط ز ـ فخط ـ ه ا ـ موازلخط ـ زط ـ فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ زد ـ كنسبة اط ـ الى ـ ط د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

فان كان الخط المماس الذى يخرج على طرف القطر لا يماس الدائرة على نقطة ـ ج ـ لكن على طرف القطر الآخر كما فى هذه الصورة مثل خط ـ ط ك •

اقول ان نسبة ـ ح ز ـ الى ـ زد ـ كنسبة ـ زك ـ الى ك ط ـ •

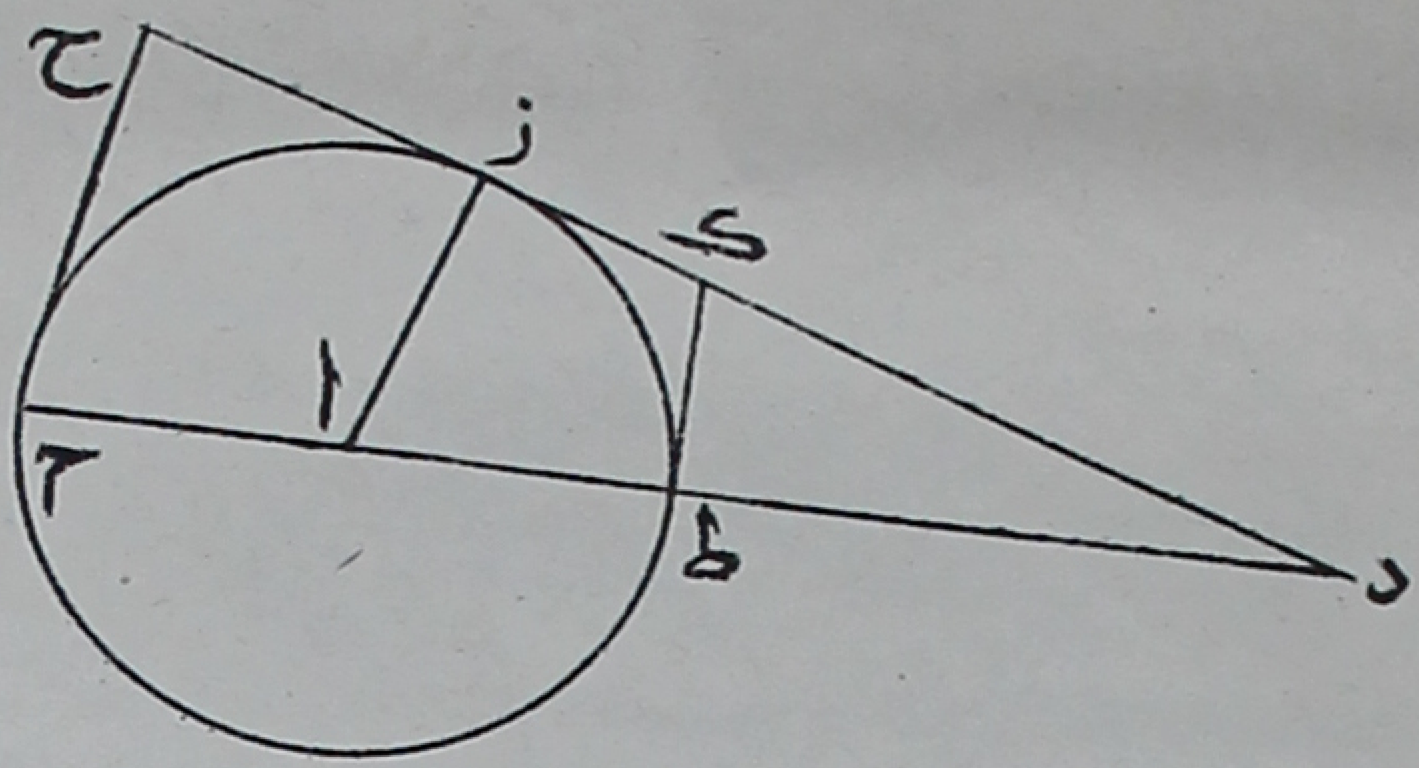
برهان ذلك من اجل ان مثلث ـ ز ا د ـ القائم الزاوية مشابه لمثلث ـ ط ك د ـ القائم الزاوية تكون نسبة ـ زا ـ الى ـ ا د ـ اعنى نسبة ـ ح ز ـ الى ـ زد ـ مثل نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ك د ـ اعنى مثل نسبة ـ زك ـ الى ـ ك د ـ وذلك ما اردنا ان نبين •

اذا اخرج قطر دائرة على استقامة وفرض على المخرج منه نقطة ما واخرج منها خط يماس الدائرة واخرج من نقطة المماسة عمود على القطر فان نسبة الخط المخرج على المركز كله الى قسمه الذى وقع خارج الدائرة كنسبة قسمى القطرين اللذين فصلهما العمود الاعظم منها عند الاصغر •

---

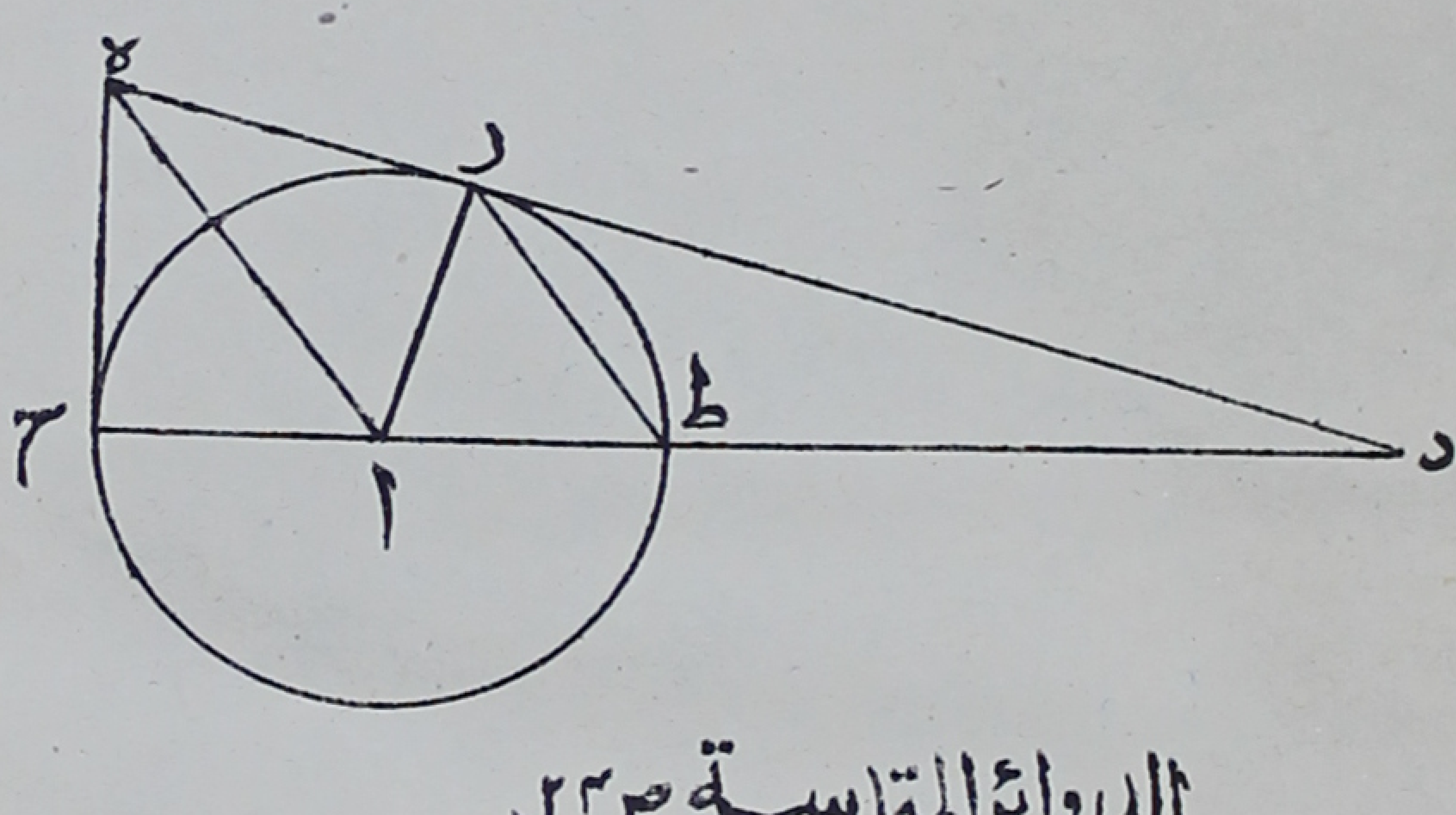
(١) الشكل الحادى والعشرون والثانى والعشرون .

فلنفرض



الدوائر المتماسة ص ٢٣

شكل (٢١)



الدوائر المتماسة ص ٢٣

شكل (٢٢)

بياض فى الاصل

الدوائر المتماسة ص ٢٥

شكل (٢٣)

فلنفرض دائرة على مركز ــ ا ــ وقطرها خــط ــ ب ج ولنخرجه على استقامة ولنعلم على المخرج منه نقطة ــ د ــ ولنخرج منها خطا عاس الدائرة على نقطة ــ ه ــ ولنخرج من نقطة ــ ه ــ عمودا على خط ــ ب ج ــ وهو ــ ه ز ــ •

فاقول ان نسبة ــ ب د ــ الى ــ د ج ــ كنسبة ــ ب ز الى ــ ز ج •

برهان ذلك انا نصل ــ ه ب ــ ه ج ــ فمن اجل ان نسبة ــ ز د الى ــ د ه كنسبة ــ د ه ــ الى ــ د ج ــ تكون مثلثا ــ ب د ه ــ ه د ج متشابهين و تكون نسبة ــ ب د ــ الى ــ د ه ــ كنسبة ــ ب ه ــ الى ه ج ــ ولكن نسبة ــ ب د ــ الى ــ د ج ــ كنسبة ــ ب د ــ الى ــ د ه ــ مثناة فنسبة ــ ب د ــ الى ــ د ه ــ اذن كنسبة ــ د ه ــ الى ــ ه ج مثناة ونسبة ــ ب ز ــ الى ــ ز ج ــ هى ايضا كنسبة ــ ب ز ــ الى ز ه ــ مثناة فاذن نسبة ــ ب د ــ الى ــ د ج ــ كنسبة ــ ب ز ــ الى ز ج ــ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

برهان هذا الشكل بعمل آخر لنخرج من خط ــ ب ج ــ خطى ب ح ــ ج ط ــ يحيطان معه بزاوية قائمة وينتهيان الى خط ــ ح د فتكون خطوط ــ ب ح ــ ز ه ــ ح ط ــ متوازية فمن اجل ان نسبة ب د ــ الى ــ د ج ــ كنسبة ــ ب ج ــ الى ــ ج ط ــ اعنى مثل نسبة ــ ح ه ــ الى ــ ه ط ــ ونسبة ــ ح ه ــ الى ــ ه ط ــ كنسبة

---

(١) الشكل الثالث والعشرون .

ب ز ـ الى ـ ز ط ـ تكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ب ز ـ الى ز ج ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) •

فاذا انحنى فى قطعة من دائرة خط يوتر قوسين مختلفتين واخرج من نقطة قسمة القطعة بنصفين عمود على الخط الاعظم من قسمى الخط المنحنى فان العمود يقسم الخط المنحنى بنصفين •

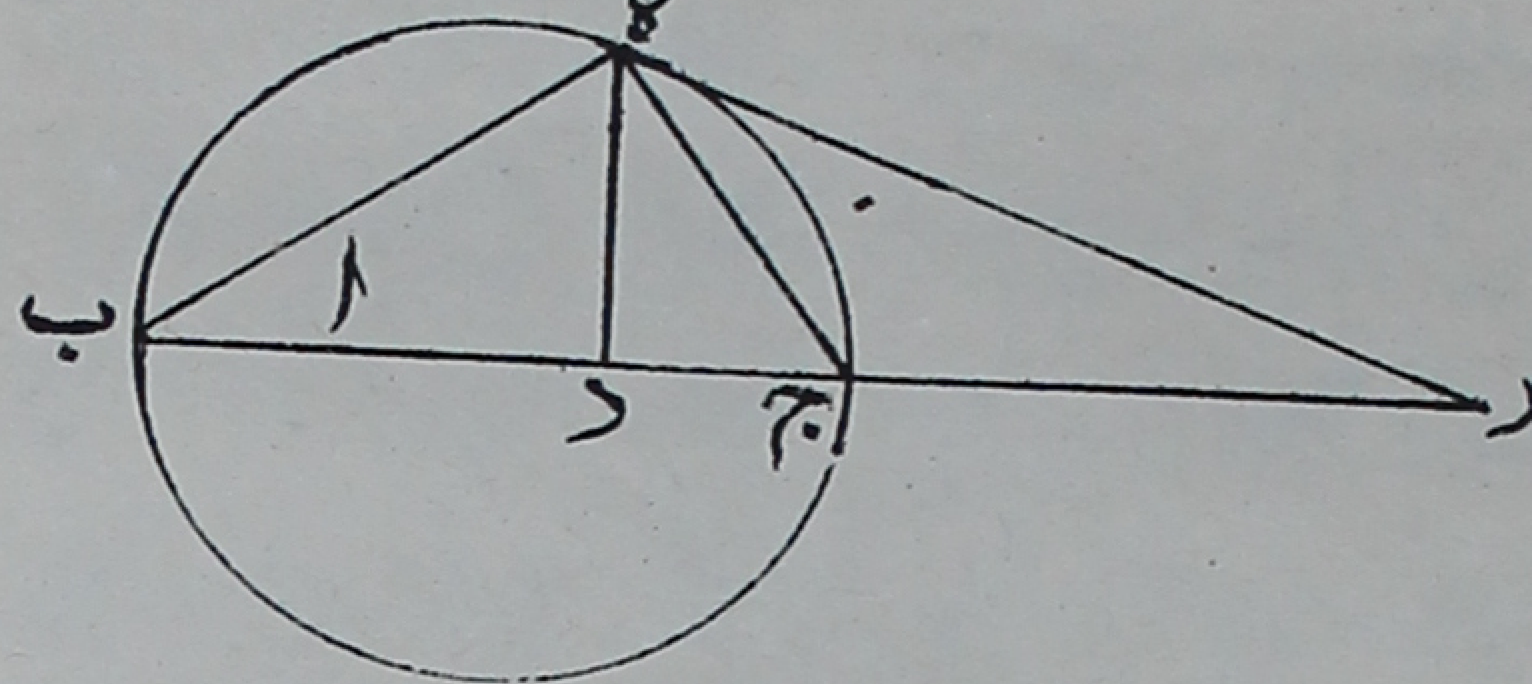
فلنفرض قطعة من دائرة على قاعدة ـ ا ب ـ ولينحنى فيها خط اج ب ـ على نقطة ـ ج ـ وليكن خط ـ اج ـ اعظم من خط ـ ج ب ـ ولنقسم محيط قوس ـ ا ب ـ بنصفين على نقطة ـ د ـ ولنخرج منها عمودا على خط ـ اج ـ وهو خط ـ ده •

فاقول ان خط ـ اج ـ قد انقسم بنصفين على نقطة ـ ه اعنى ان خط ـ اه ـ مساو لخطى ـ ه ج ـ ج ب (٢) •

برهان ذلك لنفصل من قوس ـ اد ـ العظمى قوسا مساوية لقوس ـ دج ـ الصغرى وهى قوس ـ دح ـ ولنصل ـ اح ـ ح د اد ـ لنفصل من خط ـ اه ـ الاعظم خطا مساويا للخط ـ ه ح ـ وخط ه ز ـ ولنصل ـ د ز ـ فمن اجل ان خط ـ ه د ـ عمود مشترك يكون ـ د ز ـ مساويا ـ لدج ـ وكذلك ـ اح ـ فتكون الخطوط الثلاثة متساوية ومن اجل ان نسبة قوس ـ اح ـ الى قوس اح د ـ كنسبة زاوية ـ ادح ـ الى زاوية ـ اح د ـ ونسبة قوس

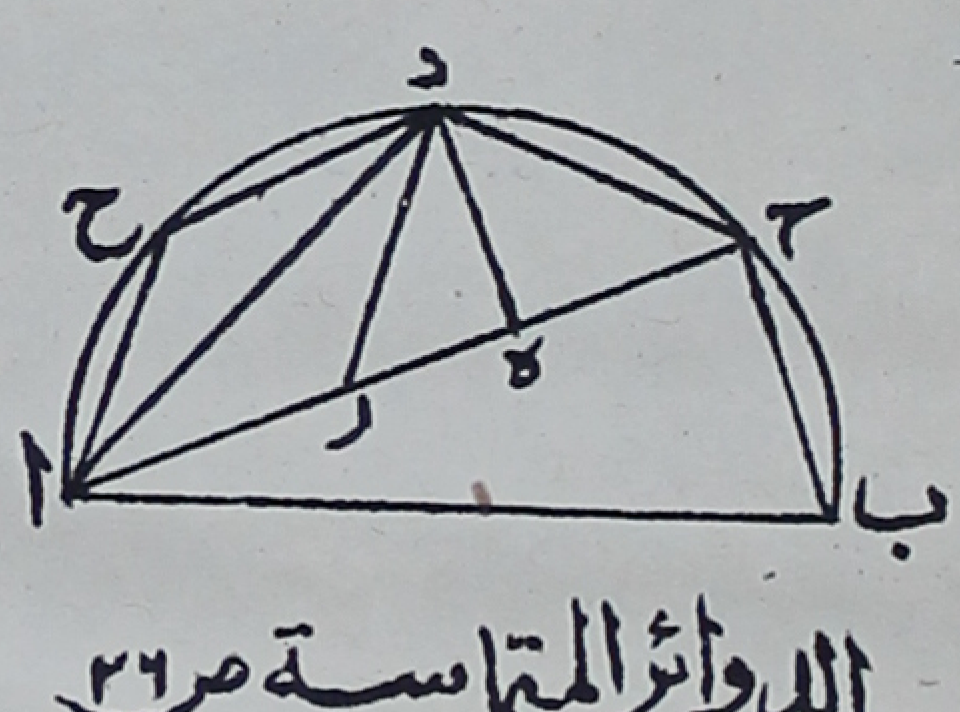
---

(١) الشكل الرابع والعشرون (٢) الشكل الخامس والعشرون .



الدوائر المتماسة ص ٢٦

شكل (٢٤)



الدوائر المتماسة ص ٢٦

شكل (٢٥)

ح د ـ الى قوس ـ اح د ـ مثل نسبة زاوية ـ ح اد ـ الى زاوية
اح د ـ تكون نسبة قوسى ـ اح ـ ح د ـ جميعا الى قوس ـ اح د
كنسبة زاويتى ـ ح اد ـ ادح ـ الى زاوية ـ اح د ـ وقوسا
اح ـ ح د ـ مساويتان لقوس ـ اح د ـ فزاويتا ـ ح دا ـ ادح
جميعا مساويتان لزاوية ـ اج د ـ اعنى لزاوية ـ دزه ـ ولكن
زاوية ـ دزه ـ مساوية لزاويتى ـ زاد ـ زدا ـ فزاويتا ـ ح زا
ح اد ـ اذن مساويتان لزاويتى ـ زاد ـ زدا ـ وزاوية ـ ج دا
مساوية لزاوية ـ زاد ـ فزاوية ـ ح دا ـ الباقية مساوية لزاوية
زدا ـ الباقية ومن اجل ان خطى ـ د ز ـ دح ـ متساويان وخط
دا ـ مشترك والزاويتان متساويتان تكون قاعدة ـ از ـ مساوية
لقاعدة ـ اح ـ ولكن خط ـ اح ـ مساو لخط ـ ج ب ـ وخط
ده ـ مساو لخط ـ ه ج ـ فمجموع ـ اه ـ اذن مساو لخطى ـ ه ج
ج ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين•

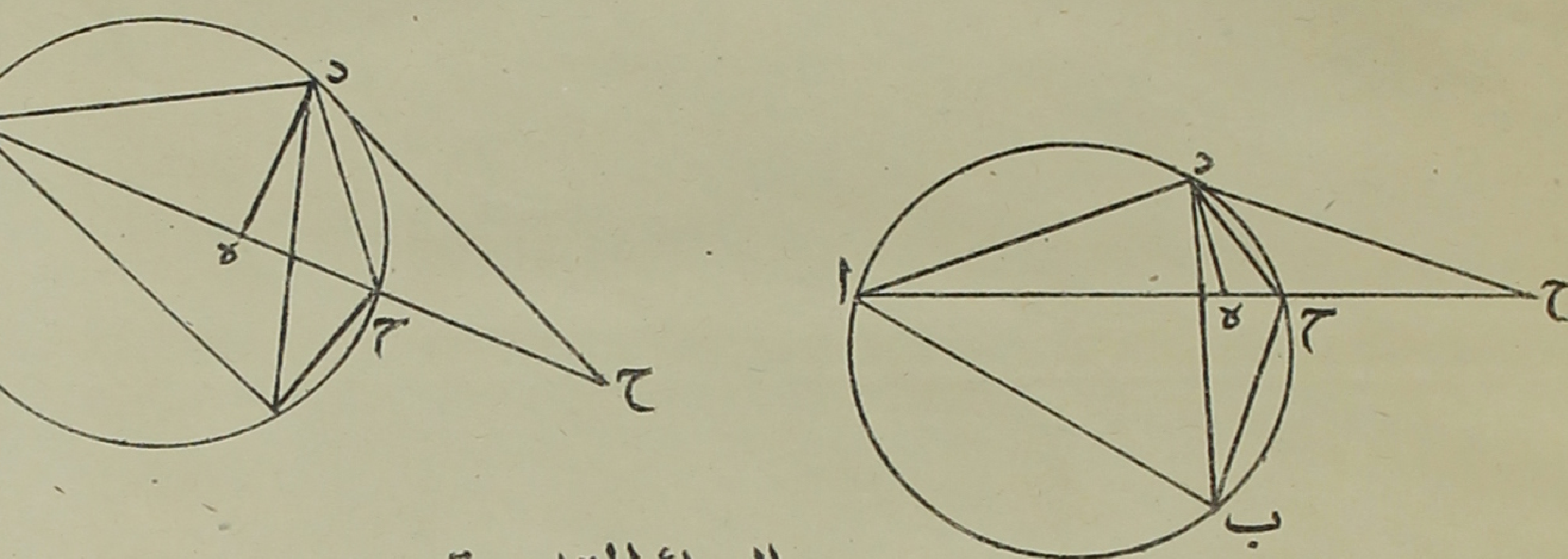
برهان هذا الشكل بعمل آخر لنرسم الصورة على ما فى المقدمة
ولنتم دائرة ـ از ب د ـ ولنخرج خط ـ اج ـ على استقامة
ولنفرض خط ـ ه ح ـ مساويا لخط ـ ه ا ـ ونصل خطوط ـ ج د
دح ـ ب د ـ اد ـ فمن اجل ان قوس ـ اد ـ مساوية لقوس
دج ب ـ تكون وتر ـ اد ـ مساويا لوتر ـ اب ـ وخط ـ دح
مساو لخط ـ اد ـ فخط ـ دح ـ مساو لخط ـ د ب ـ ومن اجل

ان زاوية ـ د ا ج ـ مساوية لزاوية ـ د ل ج ـ لأنهما على قوس واحدة وزاوية ـ د ح ه ـ مساوية لزاوية ـ د ا ه ـ تكون زاوية د ح ه ـ مساوية لزاوية ـ د ل ج ـ وايضا من اجل ان قوس ـ د ا ز ب ـ مساوية لجميع قوس ـ د ج ب ز ا ـ ولكن زاوية ـ د ح ب هى على قوس ـ د ا ز ب ـ وزاويتا ـ د ا ج ـ ا د ج ـ جميعا هما على قوس ـ د ج ب ز ا ـ اما زاوية ـ د ا ج ـ فعلى قوس ـ د ج واما زاوية ـ ا د ج ـ فعلى قوس ـ ح ب ز ا ـ فزاويتا ـ د ا ج ا د ج ـ مساويتان لزاوية ـ د ح ب ـ وزاوية ـ د ج ح ـ مساوية لزاويتى ـ د ا ج ـ ا د ج ـ فزاوية ـ د ج ح ـ اما (١) مساوية لزاوية ـ د ح ب ـ وقدكان تبين ان زاوية ـ د ح ج ـ مساوية لزاوية ـ د ب ج ـ فزاوية ـ ح د ج ـ الباقية مساوية لزاوية ـ د ل ج ـ الباقية ومن اجل ان خط ـ د ج ـ مساو لخط ـ د ب ـ وخط د ح ـ مشترك والزاويتان متساويتان يكون خط ـ ج ح ـ مساويا لخط ـ ج ب ـ فخطا ـ ه ج ـ ج ب ـ مساويان لخطى ـ ه ج ـ ج ه اعنى خط ـ ا ه ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٢) .

برهان هذا الشكل بعمل آخر لنثبت الصورة على حالها ونقول من اجل ان قوس ـ د ح ب ـ اقل من نصف دائرة تكون الزاوية التى تقع فيها وهى زاوية ـ د ج ب ـ منفرجة وايضا من اجل ان قوس

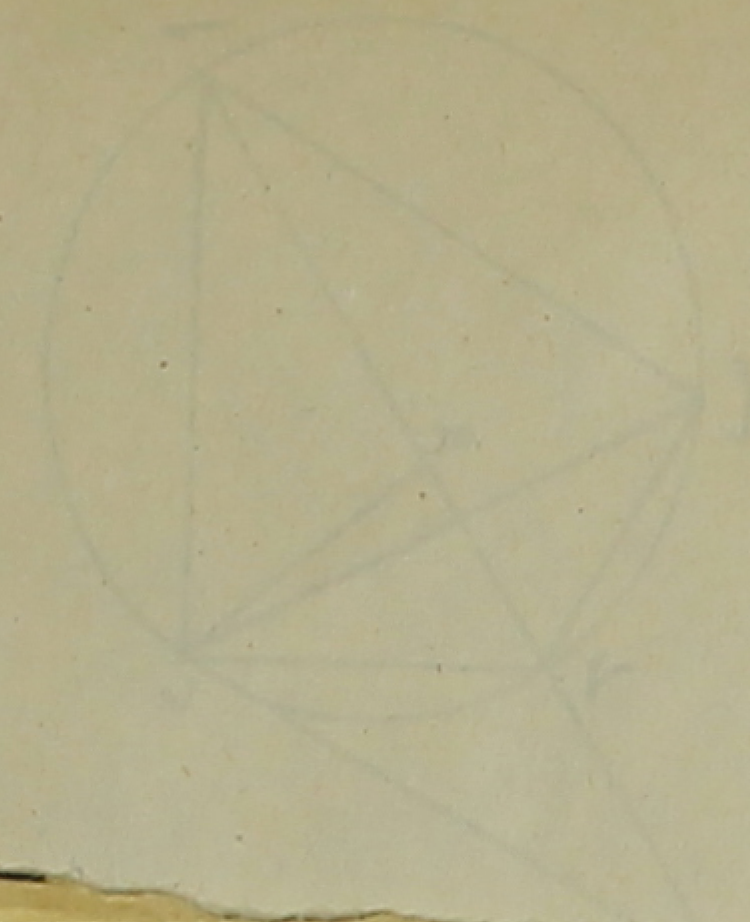
(١) هنا سقط فى العبارة (٢) الشكل السادس والعشرون .

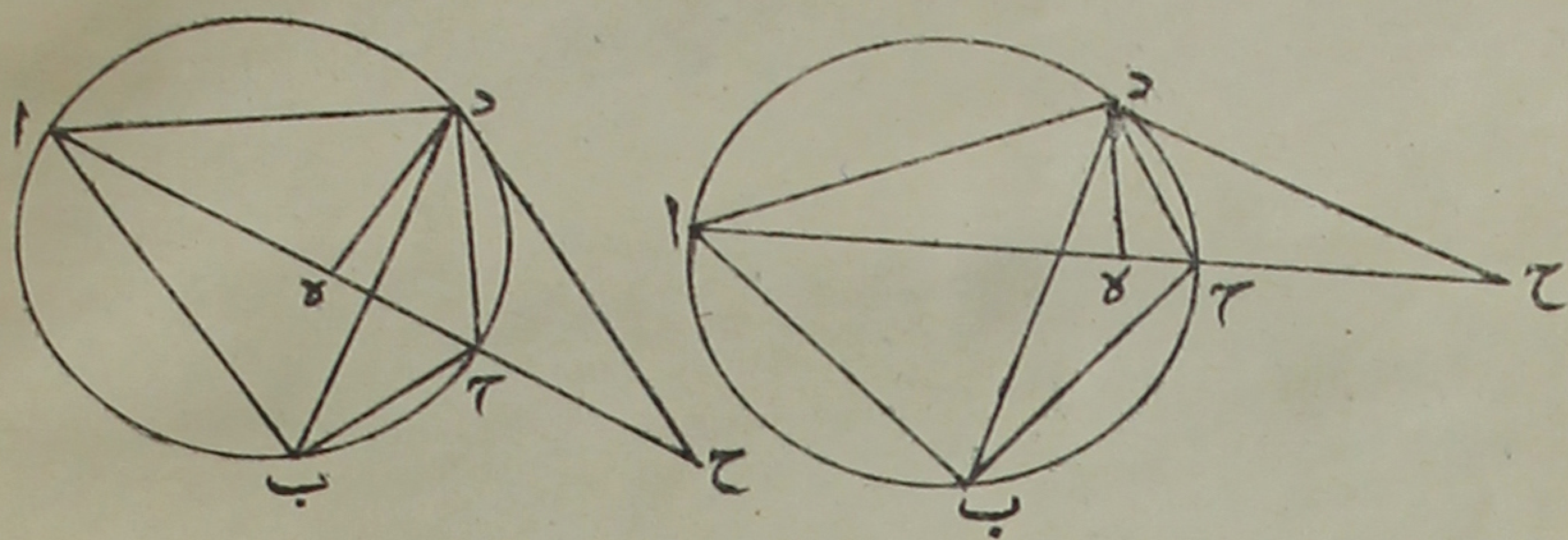
ا د



الدوائر المتماسة ص٣٢

شكل (٢٦)





الدوائر المتماسة ص ٢٩

شكل (٢٧)

دب ا ـ اعظم من نصف دائرة تكون الزاويـة التى تقع فيها وهى زاوية ـ دج ا ـ حادة فزاوية ـ دج ح ـ منفرجة فزاويتا ـ دج ب دج ح ـ منفرجتان وزاوية ـ دح ج ـ مساوية لزاوية ـ دل ج وخط ـ دب ـ مساو لخط ـ دح ـ وخط ـ دج ـ مشترك فمثلثا دج ح ـ دج ب ـ زاوية من احدهما وهى زاوية ـ ح ـ مساوية لزاوية من الآخر وهى زاوية ـ ب ـ والاضلاع التى تحيط بزاويتين اخريين متناسبة والزاويتان الباقيتان وهما زاويتا ـ دج ح ـ دج ب كل واحـدة منهما اعظم من قائمـة فالزوايا الباقية متساوية فخط ح ج ـ مساو لخط ـ ج ب ـ فكل خط ـ ه ح ـ اعنى خط ا ه ـ مساو لخطى ـ ه ج ـ ج ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١).

تم كتاب ارشميدس فى الدوائر المتماسة والحمد لله

وحده وصلواته على نبيه محمد وآله

(١) الشكل السابع والعشرون .